Research on a Low Complexity CR Spectrum Sensing Algorithm Based on HVG Transform*

DU Yuxin[1], HU Guobing[2*], SONG Jun[1], ZHAO Pinjiao[2], ZHU Wenqing[1]
(1.College of Information Science and Technology, Nanjing Forestry University, Nanjing Jiangsu 210037, China;
2.School of Electronic and Information Engineering, Jinling Institute of Technology, Nanjing Jiangsu 211169, China)

Abstract: Targeting at the problems of the visibility graph (VG) detection algorithm in wireless sensor networks and intelligent communication technology, such as high computational complexity and poor performance under low signal-to-noise ratio, a novel algorithm based on the power spectrum block summation and horizontal visibility graph (HVG) transform is proposed, i.e., cognitive radio spectrum sensing algorithm based on HVG transform. Firstly, the block summation sequence of the observed signal power spectrum is selected as the input and converted into the HVG to reduce the sample size of graph transformation and thus decrease the processing complexity. Then the average degree of the graph is extracted as the detection statistic to realize the detection of the primary user signal. Based on the stochastic order theory, the influence of group summation on the deflection coefficient of the graph average degree is analyzed, which provides a theoretical basis for explaining the performance improvement of the proposed algorithm. The simulation results show that the proposed algorithm can improve the detection performance and reduce the computational complexity compared with the existing spectral sensing algorithms in graph domain.

Key words: cognitive radio; spectrum sensing; horizontal visibility graph; power spectrum block summation; average degree; deflection coefficient
EEACC: 6140M **doi**: 10.3969/j.issn.1004-1699.2026.09.014

基于 HVG 变换的低复杂度 CR 频谱感知算法研究*

杜宇鑫[1], 胡国兵[2*], 宋 军[1], 赵嫔姣[2], 朱文清[1]
(1.南京林业大学信息科学技术学院, 江苏 南京 210037; 2.金陵科技学院电子信息工程学院, 江苏 南京 211169)

摘 要: 针对无线传感网与智能通信技术中, 可视图(Visibility Graph, VG)类检测算法中存在的计算复杂度高、低信噪比下性能不佳等问题, 提出了一种基于功率谱分组求和与水平可视图(Horizontal Visibility Graph, HVG)变换的认知无线电频谱感知算法。所提算法首先将观测信号功率谱的分组求和序列作为输入, 并将其转换成 HVG, 以减少图变换的样本数, 进而降低其处理复杂度; 而后提取图的平均度作为检测统计量, 从而实现对主用户信号的检测。基于随机序理论分析了分组求和对图平均度偏移系数的影响规律, 为解释所提算法的性能提升提供了理论依据。仿真实验结果表明, 相较于现有图域频谱感知算法, 所提算法有效提升了检测性能并降低了计算复杂度。

关键词: 认知无线电; 频谱感知; 水平可视图; 功率谱分组求和; 平均度; 偏移系数
中图分类号: TN925 **文献标识码**: A **文章编号**: 1004-1699(2026)09-2033-12

随着 5G 大规模商用以及下一代移动通信技术(6G)的演进, 无线设备及其应用业务数量迅速增加, 频谱资源逐渐枯竭的问题日益严峻。认知无线电(Cognitive Radio, CR)通过引入机会频谱接入机制及频谱感知技术, 充分利用了主用户的空闲频谱, 为频谱资源利用率的提高提供了有效途径[1]。传感技术作为频谱感知基石, 高精度高敏感传感器可精准捕捉无线环境中的微弱信号, 为频谱感知提供有效数据输入。频谱感知作为实现认知无线电的首要环节, 其任务是借助观测信号定义有效地检测统

项目来源: 江苏省高等学校自然科学研究重大项目(20KJA510008); 国家自然科学基金青年基金项目(62101223); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2242023K30003、2242023K30004); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20241717); 江苏高校“青蓝工程”资助项目
收稿日期: 2024-08-09 **修改日期**: 2024-09-21

计量,基于假设检验模型对主用户信号的存在性进行统计判决[2-4]。显然,对频谱感知算法的研究,是实现认知无线电系统有效、安全、可靠运行的关键课题。

现有频谱感知算法从检测统计量的获取方式来看,可分为基于统计信号处理与基于拓扑信号处理两类。前者通常将传感器采集的信号表示为时域、频域等欧氏空间形式并提取其统计特征,主要代表性算法有:能量检测[5]、匹配滤波器[6]、循环平稳特征检测[7]、机器学习类检测算法[8-10]等。此类算法中特征量的可分性与稳定性,往往依赖于大样本或高质量数据集。在样本数不足、训练数据集缺失等条件下,其性能难以保证。后者则通过将信号映射成图[11]、单纯复形[12]等非欧氏空间形式,并提取其拓扑特征作为检测统计量,以完成频谱感知任务[13-14]。基于拓扑信号处理的频谱感知算法,可在不增加样本数的条件下,有效挖掘信号潜在的结构特征,为原有统计特征提供了附加信息,也为定义新的检测统计量提供了重要线索,逐渐成为 CR 频谱感知研究领域的热点。已有拓扑信号处理类频谱感知算法,主要依赖于图域变换,如量化图变换[15-18]、可视图(Visibility Graph,VG)变换法[19-22]等。量化图变换法的基本思想是,先将观测信号进行归一化、量化处理,并通过比较量化后样本间的相邻关系,实现从时间序列到图的转换。文献[15]提出了一种基于完全图检测的频谱感知算法。通过将观测信号的功率谱转换成量化图,并比较图拉普拉斯矩阵的第二大特征值与图顶点数之间的大小关系,来判断信道中是否存在主用户信号。文献[16]提出了一种基于加权聚合算子的图域频谱感知算法。首先将观测信号的功率谱转换为权重图,并将量化级数定义为图信号,而后计算图权重与图信号的加权聚合算子作为检测统计量。该算法由于融入了信号的统计特性,从而有效提高了算法的检测性能。文献[18]提出了一种基于非线性函数调节的图域频谱感知算法。该算法在归一化和量化环节之间增加了具有提高图连通性功能的非线性函数,从而可将非完全图检测转换为完全图检测,增强了算法的易处理性。基于量化图的频谱感知算法相较于传统能量检测法,其性能明显提升,其不足之处在于:且由于其顶点数远小于观测信号样本数,其计算复杂度与存储复杂度均适中。但由于样本数与顶点并非一一对应,不可避免地存在信息损失,从而导致低信噪比(Signal to Noise Ratio,SNR)时检测性能变差。与量化图变换不同,VG 变换将信号的每一个样本点转化为图上对应的顶点,可更充分地挖掘信号的拓扑信息[19-20]。文献[21]提出了一种基于 VG 变换及 k 最邻近(k-Nearest Neighbor,kNN)的信号检测算法。首先对观测信号进行小波消噪并计算消噪后信号的自相关函数,而后将其转换为加权 VG,进而提取其加权平均度作为检测统计量,并设计 kNN 分类网络以完成对信号的检测。文献[22]则将信号频谱差分作为 VG 变换的输入,定义图的邻接矩阵密度作为统计检测量,实现对主用户信号存在与否的判决。

量化图变换的实质是将信号聚类到多个量化区间,通过考查不同量化级之间的相关性来刻画信号的拓扑特征,是一种粗粒度变换,而 VG 变换所表征的是所有样本点之间的相关性,可表达更细微的拓扑关系。但由于顶点数与样本数相同,导致 VG 的计算复杂度与空间复杂度均较高,据此建立的频谱感知算法的实时性不佳。因此,如何在保证算法检测性能的前提下,减少 VG 变换类频谱感知算法的复杂度,具有重要的理论价值与现实意义。针对上述问题,本文从可视性机制、输入信号的形式、特征优选等角度出发,提出了一种基于水平可视图(Horizontal Visibility Graph,HVG)变换的低复杂度 CR 频谱感知算法。所提算法首先对观测信号的功率谱进行分组求和以得到新序列;其次,利用 HVG 变换将所得新序列转换成特定简单图;最后,定义图的平均度作为检测统计量,实现对主用户频谱的有效检测。后文将进一步说明,分组求和处理环节的引入,可在降低运算复杂度的同时增加图平均度的偏移系数,从而提高算法的检测效能。此外,选择可视性规则更加简洁的 HVG 变换作为图变换的方式也有助于降低运算复杂度。

1 系统模型与背景知识

1.1 系统模型

观测信号的离散形式可写为:

$$r(n)=s(n)+w(n),\ n=1,2,\cdots,N \tag{1}$$

式中:$s(n)$是信号分量,$w(n)$是噪声分量,N 是观测信号样本数。通常,可将频谱感知建模为以下假设检验问题:

$$\begin{cases} H_0: r(n)=w(n) \\ H_1: r(n)=h(n)+w(n) \end{cases} \tag{2}$$

式中:H_0 假设表示信道仅存在噪声,而 H_1 假设表示信道中含有主用户信号。

1.2 VG 类变换

VG 类变换可将离散时间序列 $r(n)$转化为简单

图 $G(\boldsymbol{V},\boldsymbol{E})$,其中 $\boldsymbol{V}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 分别为图的顶点与边集合。设观测信号的功率谱为:

$$R(k)=\frac{1}{N}\left|\sum_{n=1}^{N}r(n)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi n\frac{k}{N}}\right|^2,\quad 1\leqslant k\leqslant N \tag{3}$$

对其进行 VG 类变换的步骤如下:

①归一化:

将功率谱序列 $R(k)$ 按最大最小化归一化方式转换到[0,1]区间,即:

$$U(k)=\frac{R(k)-\theta_{\min}}{\theta_{\max}-\theta_{\min}},1\leqslant k\leqslant N \tag{4}$$

式中:$\theta_{\min}$ 与 $\theta_{\max}$ 分别表示 $R(k)$ 的最小值与最大值。

②量化:

对归一化序列 $U(k)$ 进行均匀量化(量化级数为 M),可得到量化序列:

$$\begin{cases}Q(k)=\mu & (\mu-1)/M\leqslant U(k)<\mu/M\\ Q(k)=M & U(k)=1\end{cases}$$
$$1\leqslant\mu\leqslant M,\mu\in\boldsymbol{Z} \tag{5}$$

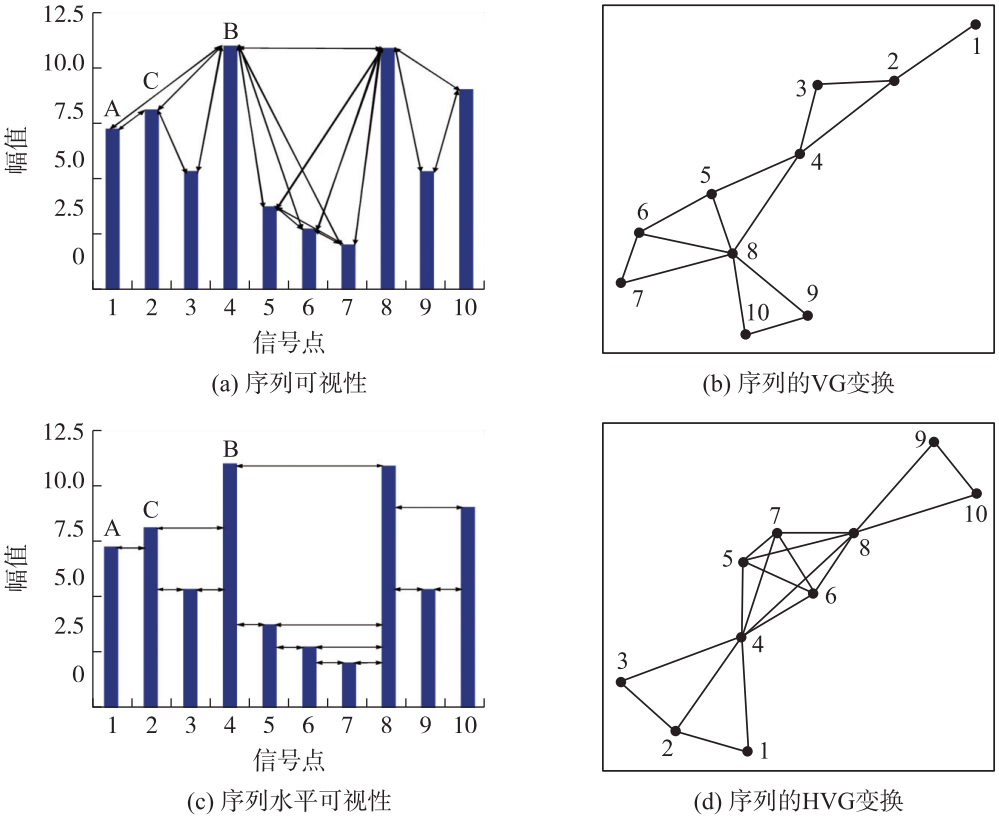
③图映射:

图映射分为顶点映射与边建立两个环节。其中顶点映射环节将量化序列中的每一个样本点映射为图中的对应顶点,其顶点的顺序与量化样本点的顺序一致;图中边的建立根据样本点是否可视决定,若两样本点可视,则图中对应的顶点间可连成一条边。根据图变换中可视性规则的不同,可将 VG 类变换分为一般可视图(VG)和 HVG。

图 1 为序列的 VG 与 HVG 可视性示意图以及对应生成的 VG 与 HVG。由图可见:假设在量化序列 $Q(k)$ 中存在三个任意点 $A(x_a,y_a)$,$B(x_b,y_b)$,$C(x_c,y_c)$,且满足 $x_a<x_c<x_b$。VG 与 HVG 的可视性规则分别为[19-20]:

$$\begin{cases}\mathrm{VG}:y_c<y_a+\dfrac{x_c-x_a}{x_b-x_a}(y_b-y_a)\\ \mathrm{HVG}:y_c<\min(y_a,y_b)\end{cases}\quad\forall x_c:x_a<x_c<x_b \tag{6}$$

由式(6)可知,VG 变换中两顶点间的连通性取决于对应两样本点之间在斜向视线上的可视与否,而 HVG 对 VG 的可视性规则进行了简化,仅通过两样本点在水平视线上的可视与否确定 HVG 中对应两顶点的连通性,因此 HVG 可看作 VG 的子图[20],可提供更简洁的图变换机制。显然,不同的输入序列样本关系不同,样本间的可视性必然存在差异,转换得到的可视图的拓扑特性也存在差异,这为图域频谱感知算法的建立提供了依据。



(a) 序列可视性　　(b) 序列的VG变换

(c) 序列水平可视性　　(d) 序列的HVG变换

图 1　序列的可视性及其可视图变换示意图

1.3 几个重要定义

定义 1 度、平均度

对于图 $G(\boldsymbol{V},\boldsymbol{E})$ 而言，若其顶点集为 $V=\{v_1,v_2,\cdots,v_N\}$，则 G 任一顶点 v_i 的度 k_i 定义为与该顶点相连接的所有边数之和[23]，即：

$$k_i=\sum_{j=1}^{N}e_{i,j} \tag{7}$$

式中：$e_{i,j}$ 表示对应顶点 i 与 j 的连通性（连通时 $e_{i,j}=1$，反之 $e_{i,j}=0$），N 为图 G 的顶点数。

图的平均度定义为图 G 上所有顶点的度的统计平均值[23]，即：

$$E(k)=\sum_{i=1}^{N}k_iP(k_i) \tag{8}$$

式中：$P(k_i)$ 是图的度分布。

定义 2 度分布概率向量

设存在两个图 $G_X(\boldsymbol{V}_X,\boldsymbol{E}_X)$，$G_Y(\boldsymbol{V}_Y,\boldsymbol{E}_Y)$，$\boldsymbol{V}_X,\boldsymbol{V}_Y$ 分别为两图的顶点集，$\boldsymbol{E}_X,\boldsymbol{E}_Y$ 分别为两图的边集，两图的顶点数分别为 N_X,N_Y。记两图的度序列分别为 X、Y，通常 X、Y 为离散随机序列，其度分布为：

$$p_j=P\{X=j,1\leqslant j\leqslant N_X-1\},q_j=P\{Y=j,1\leqslant j\leqslant N_Y-1\} \tag{9}$$

定义图 G_X,G_Y 的度分布概率向量，分别为：

$$\boldsymbol{p}=(p_1,p_2,\cdots p_{N_X-1})^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{q}=(q_1,q_2,\cdots q_{N_Y-1})^{\mathrm{T}} \tag{10}$$

相应地，度分布概率向量的部分和为：

$$S_{\boldsymbol{p}}=\sum_{j=1}^{i}p_j,\quad S_{\boldsymbol{q}}=\sum_{j=1}^{i}q_j \tag{11}$$

若 $S_{\boldsymbol{p}}\geqslant S_{\boldsymbol{q}}$，则 $X\leqslant_{\mathrm{st}}Y$，则称 X 依通用随机序（Usual Stochastic Order，USO）小于 Y，即 X 比 Y 取大值的可能性小。根据随机序的性质，若 $X\leqslant_{\mathrm{st}}Y$，则两者的均值满足 $E(X)\leqslant E(Y)$[24]。

定义 3 偏移系数

对于特定的检测算法定义中的检测统计量 F，其偏移系数可定义为[25]：

$$D_f=\frac{[E_0(F)-E_1(F)]^2}{V_0(F)} \tag{12}$$

式中：$E_i(F)$ 为 $H_i,i=0,1$ 假设下检测统计量的均值，$V_0(F)$ 为 H_0 假设下检测统计量的方差。

通常检测统计量的偏移系数越大，则相应检测算法的性能越佳[25]。

2 基于 HVG 变换的低复杂度 CR 频谱感知算法

2.1 算法整体结构

现有 VG 类频谱感知算法[21-22]，主要存在图变换复杂度较高的问题，其原因于在：图顶点规模大。由于传感技术的不断发展，无线信号采样能力得到提升，这使得接收到的信号样本更加精细，但也加剧了图变换的计算负担。VG 变换中由于信号的每一个样本点对应图中相应的顶点，且每个样本均需进行归一化、量化及图映射，其计算复杂度是样本数的平方阶。现有基于 VG 变换的频谱感知算法由于图顶点规模较大，致使图变换计算复杂度和图邻接矩阵的空间存储复杂度均较高。

为此，本文拟从图变换输入和图可视性机制两个方面加以改进，以构建低复杂度的检测算法，其基本思路如图 2 所示。具体策略包括：其一，对观测信号的功率谱进行分组并作求和处理。其目的在于减少参与 HVG 变换的样本数，以降低运算复杂度。后文还将证明分组求和增加了检测统计量的偏移系数。其二，选择可视性机制较简单的 HVG 变换进行图变换。HVG 在保留 VG 主要拓扑特性的同时，降低了图变换复杂度。此外，考虑到图平均度可直接反映图的连通性[26]，且无需对图邻接矩阵或拉普拉斯矩阵进行特征分解，计算较简单，本文选取图平均度作为检测统计量。

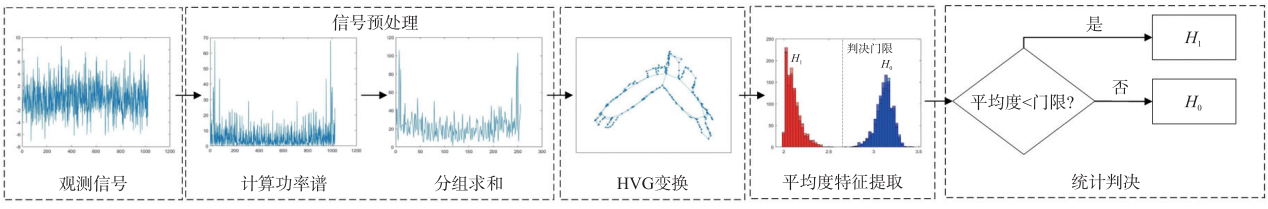


图 2 本文算法的基本框图

2.2 分组求和对平均度偏移系数的影响分析

将观测信号的功率谱 $R(k)$ 每 λ 个样本分为一组，共分成 $L=[N/\lambda]$ 组。对每个分组进行求和处理得到分组求和序列 $Z(l),1\leqslant l\leqslant L$，其过程如下：

$$R(k)=\{\underbrace{R_1,R_2,\cdots,R_\lambda}_{\sum_{i=1}^{\lambda}R_i=Z(1)},\underbrace{R_{\lambda+1},R_{\lambda+2},\cdots,R_{2\lambda}}_{\sum_{i=\lambda+1}^{2\lambda}R_i=Z(2)},\cdots,\underbrace{R_{N-\lambda},R_{N-(\lambda-1)},\cdots,R_N}_{\sum_{i=N-\lambda}^{N}R_i=Z(L)}\} \tag{13}$$

下面将结合仿真及理论分析,研究分组求和对 HVG 连通性以及平均度偏移系数的影响,以解释其对算法检测性能提升的内在机制。为表述方便,后文将原始功率谱序列与分组求和功率谱序列分别简称为功率谱与求和谱,其他相关名词定义与对应符号如表 1 所示。

表 1　相关名词与符号对应关系

符号	名词定义	符号	名词定义
G_X	功率谱 HVG	G_Y	求和谱 HVG
X	G_X 的度序列	Y	G_Y 的度序列
$\boldsymbol{p}$	G_X 的度分布概率向量	$\boldsymbol{q}$	G_Y 的度分布概率向量
$S_{\boldsymbol{p}}$	$\boldsymbol{p}$ 的部分和	$S_{\boldsymbol{q}}$	$\boldsymbol{q}$ 的部分和
$E(X)$	G_X 的平均度	$E(Y)$	G_Y 的平均度
μ_X	多次仿真得到系列 G_X 的平均度均值	μ_Y	多次仿真得到系列 G_Y 的平均度均值
V_X	$E(X)$的方差	V_Y	$E(Y)$的方差
$D_f(F_X)$	$E(X)$的偏移系数	$D_f(F_Y)$	$E(Y)$的偏移系数

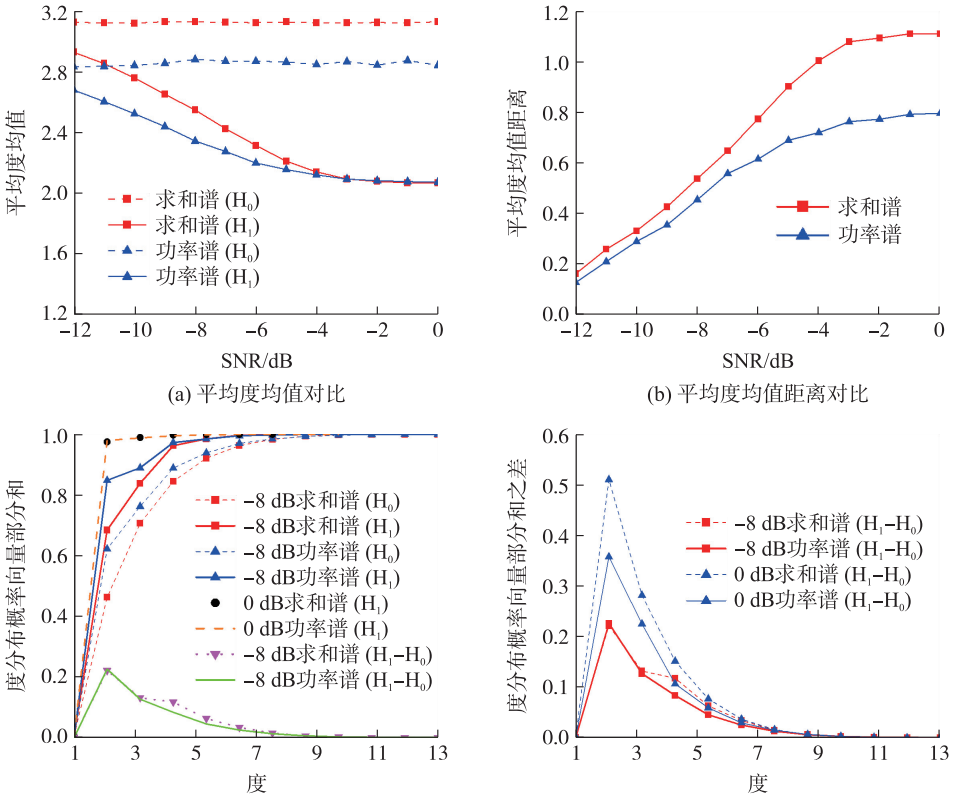
2.2.1　对 HVG 连通性的影响

首先,分析分组求和对 HVG 连通性,即其平均度的影响。图 3 所示为功率谱 HVG(记为 G_X)与求和谱 HVG(记为 G_Y)的平均度均值、度分布概率向量部分和对比示意。仿真中,信号设为二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying,BPSK)信号,SNR 的范围为−12 dB~0 dB,样本点数 $N=1\,024$ 点,量化级 $M=8$,分组长度 $\lambda=4$,每种情形下仿真次数为 1 000 次。由图可见:

①分组求和使 HVG 的连通性增加。如图 3(a)所示,在 H_0 假设下,1 000 次仿真得到的系列 G_X 的平均度均值小于 G_Y 的平均度均值,即 $\mu_X^{H_0}<\mu_Y^{H_0}$,且二者基本不受 SNR 变化的影响。其原因在于:如图 3(c)所示,在 H_0 假设下且 SNR 为−8 dB 时,一次仿真所得 G_Y 的度分布概率向量部分和小于 G_X 的度分布概率向量部分和,即 $S_q^{H_0}<S_p^{H_0}$。根据随机序的性质,可得 $X\leqslant_{\mathrm{st}}Y$,从而有 $E(X)<E(Y)$,因此 G_Y 的连通性大于 G_X 的连通性。根据平稳随机过程的各态历经性,可以一次仿真所得图平均度的变化来近似分析 1 000 次仿真所得系列图的平均度均值的变化规律。即通过考查 $E(X)<E(Y)$,推知 $\mu_X^{H_0}<\mu_Y^{H_0}$。H_0 假设下仅存在噪声,因此 $\mu_X^{H_0}$ 与 $\mu_Y^{H_0}$ 不受 SNR 变化影响。在 H_1 假设下,当 SNR 较低时,有 $\mu_X^{H_1}<\mu_Y^{H_1}$,且 $\mu_X^{H_1}$ 与 $\mu_Y^{H_1}$ 随 SNR 增大而降低;在中高 SNR 时,$\mu_X^{H_1}$ 与 $\mu_Y^{H_1}$ 逐渐重合且趋于常数。其原因在于:如图 3(c)所示,在 H_0 假设下且 SNR 为−8 dB 时,G_Y 的度分布概率向量部分和小于 G_X 的度分布概率向量部分和,即 $S_q^{H_1}<S_p^{H_1}$,因此 SNR 较低时 $\mu_Y^{H_1}>\mu_X^{H_1}$;SNR 为 0 dB 时 $S_q^{H_1}\approx S_p^{H_1}$,因此 $\mu_Y^{H_1}$ 与 $\mu_X^{H_1}$ 逐渐重合且趋于常数。

②分组求和不改变 H_0 与 H_1 假设下平均度均值的大小关系,且使两种假设下平均度均值距离增大。如图 3(a)所示,对于 G_X 与 G_Y,均满足 H_0 假设下的平均度均值大于 H_1 假设下的图的平均度均值。其原因在于:如图 3(c)所示,当 SNR 为−8 dB 时,H_0 假设下 G_Y 的度分布概率向量部分和小于 H_1 假设下 G_Y 的度分布概率向量部分和,即 $S_q^{H_0}<S_q^{H_1}$。则根据随机序的性质,有 $Y_{H_1}\leqslant_{\mathrm{st}}Y_{H_0}$,从而 $E(Y_{H_1})<E(Y_{H_0})$。根据平稳随机过程的各态历经性得出 $\mu_Y^{H_1}<\mu_Y^{H_0}$。G_X 的平均度均值的大小关系与 G_Y 的规律一致。如图 3(b)所示,$\Delta\mu_Y=(\mu_Y^{H_0}-\mu_Y^{H_1})>\Delta\mu_X=(\mu_X^{H_0}-\mu_X^{H_1})$。其原因在于:度分布概率向量部分和是平均度可能取值大小的体现,其部分和之间距离也体现平均度的差异。如图 3(d)所示,SNR 为−8 dB 时,有 $\Delta S_q=(S_q^{H_1}-S_q^{H_0})>\Delta S_p=(S_p^{H_1}-S_p^{H_0})$ 成立,且 $\Delta S_q-\Delta S_p$ 较小,因此 $\Delta E(Y)=E(Y_{H_0})-E(Y_{H_1})$ 与 $\Delta E(X)=E(X_{H_0})-E(X_{H_1})$ 的差值也较小。根据平稳随机过程的各态历经性,推知 $\Delta\mu_Y-\Delta\mu_X$ 较小;SNR 为 0 dB 时,仍满足 $\Delta S_q>\Delta S_p$,且此部分和距离相较于低 SNR 情况增大。因此 $\Delta E(Y)-\Delta E(X)$ 增大,根据平稳随机过程的各态历经性,推知 $\Delta\mu_Y-\Delta\mu_X$ 的值增大。

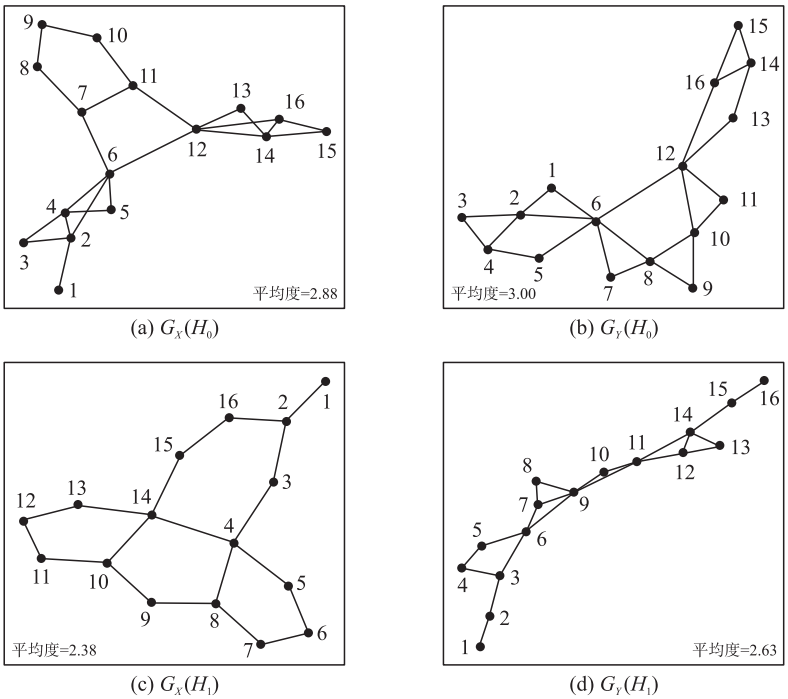
为直观印证分组求和对 HVG 连通性的影响,下面对 H_0 与 H_1 假设下的 G_X 与 G_Y 进行对比(SNR 为−8 dB),结果如图 4 所示。可知,在相同假设下,$E(Y)>E(X)$,即同假设下 G_Y 的连通性大于 G_X 的连通性;H_0 假设下的 $E(Y)$ 大于 H_1 假设下的 $E(Y)$,即 H_0 假设下 G_Y 的连通性大于 H_1 假设下 G_Y 的连通性,两种假设下 G_X 的连通性大小关系与 G_Y 类似。上述结论可印证前述分析。



(a) 平均度均值对比　(b) 平均度均值距离对比

(c) 度分布概率向量部分和对比　(d) 度分布概率向量部分和之差对比

图 3　平均度均值、平均度均值距离、度分布概率向量部分和及差值对比



(a) $G_X(H_0)$　(b) $G_Y(H_0)$

(c) $G_X(H_1)$　(d) $G_Y(H_1)$

图 4　G_X 与 G_Y 的连通性对比

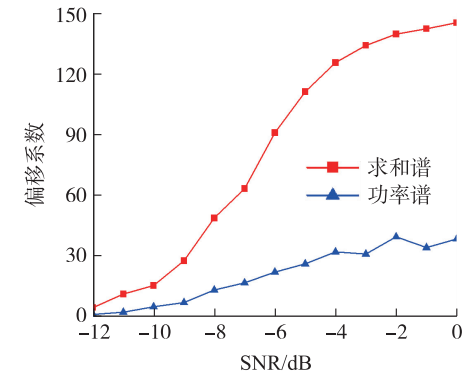
2.2.2　对平均度偏移系数的影响

平均度偏移系数大小决定了检测性能的优劣，下面对分组求和对平均度偏移系数的影响进行分析。图 5 所示为 G_X 与 G_Y 的零假设方差及 $E(X)$、$E(Y)$ 的偏移系数 $D_f(F_X)$、$D_f(F_Y)$，仿真条件与图 3 相同。由图 5(a)可见，随着 SNR 的增大，$D_f(F_X)$ 与 $D_f(F_Y)$ 均增大，且有 $D_f(F_Y)>D_f(F_X)$，可以从两个方面解释其原因。如图 3(b)所示，两种假设下 G_Y

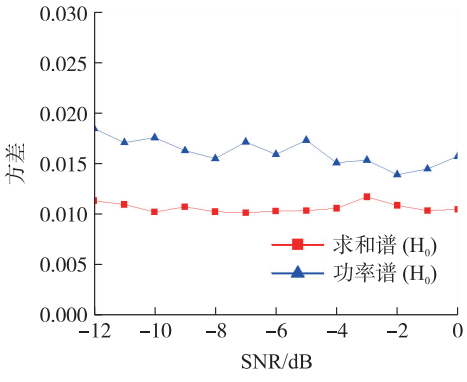
的平均度均值距离大于 G_X 的平均度均值距离,即:

$$\Delta\mu_Y=(\mu_Y^{H_0}-\mu_Y^{H_1})>\Delta\mu_X=(\mu_X^{H_0}-\mu_X^{H_1}) \tag{14}$$

另一方面,如图 5(b)所示,H_0 假设下 $E(Y)$ 的方差小于 $E(X)$ 的方差,即有 $V_Y^{H_0}<V_X^{H_0}$,其原因在于,由于观测信号中只存在噪声,SNR 对噪声功率谱的波动性影响较小,因此求和谱 HVG 更加平滑,多次仿真得到的 HVG 的发散性减小,方差较小。根据式(12)易知 $D_f(F_Y)>D_f(F_X)$。因此可提升算法的检测性能,印证了前述分析。综上,分组求和使得本文所提出的图平均度检测统计量的偏移系数增大,从而有利于增加算法的检测性能,也可减少其处理复杂度。



(a) 偏移系数



(b) 零假设下方差

图 5　G_X 与 G_Y 的零假设下平均度方差、偏移系数对比

图 6 为分组长度与偏移系数的关系示意图。仿真中分组长度分别取 2、4、8、16,其余条件与图 3 一致。由图可见,当分组长度为 4 时,偏移系数 $D_f(F_Y)$ 最大。一般而言,当分组长度较大时,由于参与图变换的样本数过少,导致图平均度的方差变大,致使特征量的稳定性变差;当分组长度过小时,其对图变换的复杂度无实质性改善,且会导致偏移系数降低,进而影响算法性能。因此,实际应用中分组长度的选取不宜过大也不宜过小,需根据样本数进行选择。样本数大时可适当增大分组长度,反之可适当减少。

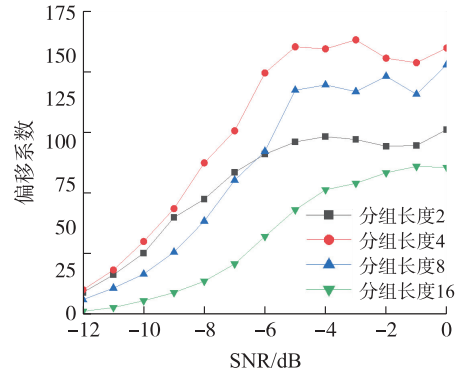


图 6　分组长度对偏移系数的影响

2.3　算法流程

本文算法的流程说明如下:①功率谱计算:对观测信号 $r(n)$ 进行快速傅里叶变换,并按式(3)计算其功率谱 $R(k)$;②分组求和序列获取:按照式(13)将功率谱 $R(k)$ 每 λ 个分为一组,总共分成 η 组,并提取每组之和构成分组求和序列 η;③HVG 变换:通过 HVG 变换,将分组求和序列 H_0 变换为具有 H_1 个顶点的图 G_Y;④检测统计量定义:设 Y 是 G_Y 的度序列,计算 G_Y 的平均度 Z,并以此为检测统计量;⑤比较判决:设置相应的门限 η,通过将 Z 与门限 η 进行比较,以判断信道中是否存在信号。判决规则如下:若 Z 大于门限,则判为 H_0 假设,否则,判为 H_1 假设,即:

$$\begin{cases}H_0:Z>\eta\\H_1:Z\leqslant\eta\end{cases} \tag{15}$$

图 7 为不同假设下 G_Y 平均度的统计直方图。由图可见,当 SNR 适度时,$M=8$ 与 H_1 两种假设下的 Z 存在差异,且随 SNR 增大而增大。例如,$M=8$ 假设下的 Z 分布于区间[2.85,3.36],H_1 假设下的 Z 分布于区间[2,2.85]。随着 SNR 增大,Z 分布于区间[2,2.5],$M=8$ 与 H_1 假设下的 Z 差异变大,平均度检测统计量可分性增大。此外,通过大量仿真结果发现,H_0 假设下的 Z 近似服从高斯分布(利用 MATLAB 中的 kstest 函数针对图 G_Y 进行 K-S 检验,当显著性水平为 0.01 时服从高斯分布),这一发现有助于计算检测门限。若设定虚警概率为 P_{fa},则有:

$$P_{\mathrm{fa}}=P(H_1|H_0)=P(Z\leqslant\eta|H_0)=\int_0^{\eta}p_Z(z)\,\mathrm{d}z=1-\int_{\eta}^{\infty}p_Z(z)\,\mathrm{d}z \tag{16}$$

式中:$p_Z(z)$ 是 $M=8$ 假设下 Z 的概率密度函数,若其满足高斯分布,则得到:

$$p_Z(z)\approx\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\mathrm{e}^{-\frac{(z-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}}\sim N(\mu_0,\sigma_0^2) \tag{17}$$

式中:μ_0 是高斯分布概率密度函数的均值,σ_0^2 是方差。实际中,μ_0 与 σ_0^2 可通过采集 $M=8$ 假设下的部分样本进行估计得到。因此代入可得:

$$P(H_1|H_0)=1-\int_{\eta}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}e^{-\frac{(z-\mu_0)^2}{2\sigma_0^2}}dz \quad (18)$$

从而可根据式(18)计算 η,即:

$$\eta=\sqrt{2}\sigma_0\times\mathrm{erfc}^{-1}[2(1-P_{fa})]+\mu_0 \quad (19)$$

式中:互补误差函数 $\mathrm{erfc}(x)=\int_x^{\infty}\frac{2}{\sqrt{\pi}}e^{-y^2}dy$,$\mathrm{erfc}^{-1}$为其逆函数。

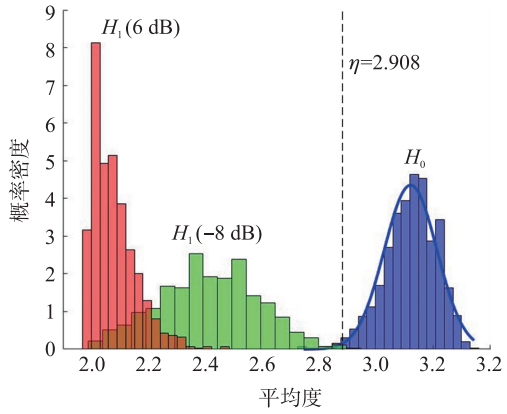


图 7 检测统计量 Z 的统计直方图

2.4 复杂度分析

本文算法的主要环节包括观测信号预处理、HVG 变换与特征提取,下面对各环节的复杂度进行估计,具体为:

①预处理:假定信号总长度为 N,计算功率谱需要进行一次 FFT 变换并对其进行取模平方运算,其中,FFT 变换的复杂度为 $O(N\log_2 N)$,取模平方运算的复杂度为 $O(N)$。而后对功率谱进行分组求和,样本点数由 N 变为 L,其运算复杂度为 $O(\lambda L)$。预处理环节的运算复杂度为 $O(N\log_2 N+N+\lambda L)$。

②HVG 变换:其中,归一化需对每个样本点进行减法和除法操作,因此其计算复杂度为约 $O(L)$;均匀量化需计算量化步长和对每个信号样本进行量化,其计算复杂度为 $O(L)$;图映射需对于每个样本点与其余 $L-1$ 个样本点进行比较,其复杂度为 $O(L^2)$,因此 HVG 变换的运算复杂度约为 $O(L^2+L)$。

③特征提取:本文所定义的平均度检测统计量,仅需通过计算邻接矩阵中非零元素的个数得到,其运算复杂度约为 $O(L)$。

综上,本文算法的复杂度阶数约为 $C_1=O(N\log_2 N+N+L^2+\lambda L)$,而若用原始功率谱作为图变换的输入构建检测器,其复杂度阶数约为 $C_2=O(N\log_2 N+N^2+N)$。当 $L\leqslant N$,$C_1\leqslant C_2$,因此分组求和可有效降低算法的计算复杂度。

3 仿真与分析

3.1 仿真条件

本节将讨论 SNR、样本点数、分组长度、量化级数、调制方式、噪声类型等参数变化对本算法检测性能的影响,同时比较本算法与现有典型频谱感知算法的性能及计算复杂度。若无另外说明,仿真条件均设为:待观测的信号为 BPSK 调制信号,SNR 的范围为-12~0 dB,样本点数 $N=1\,024$ 点,量化级 $M=8$,分组长度 $\lambda=4$,信道为加性高斯白噪声(Additive White Gaussian Noise,AWGN),仿真次数为 1 000 次。

3.2 算法的性能评估

3.2.1 不同 SNR

所提算法检测概率与 SNR 的关系曲线如图 8 所示。由图 8 可见,随着 SNR 的增大,算法的检测概率也随之增加。例如,当 SNR 为-12 dB 时,检测概率可达 70.46%;SNR 为-8 dB 时,检测概率增加至 100%。其原因在于:SNR 对 H_0 假设下的求和谱无影响,因此其 HVG 连通性几乎不变;SNR 增加将使得 H_1 假设下求和谱的波动性减小,样本间的可视性变差,图的连通性减小(如图 4(b)、图 4(d)所示),偏移系数 $D_f(F_Y)$增加(如图 5(c)所示);SNR 进一步增大后,H_0 与 H_1 假设下 G_Y 连通性差异趋于稳定,$D_f(F_Y)$超过一定门限后,检测概率趋于 100%。

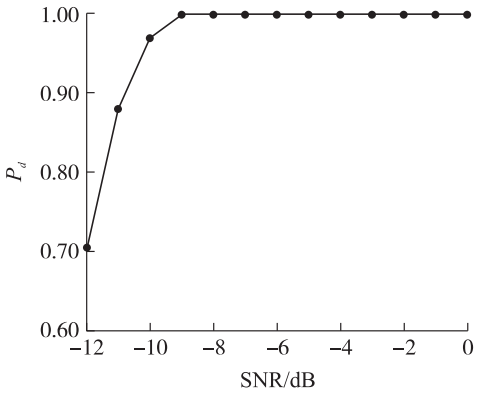


图 8 SNR 与检测概率关系

3.2.2 不同样本点数

所提算法检测概率与样本点数的关系曲线如图 9 所示。仿真中,样本点数 N 分别取 512 点、1 024 点、2 048 点。如图可见,当 SNR 一定时,本算法的检测概率随着样本点数的增加而增加。例如,SNR 为-12 dB 时,取 512 点数时检测概率为 48.1%,取 1 024 点数时检测概率为 70.46%。其原因在于,当 SNR 一定时,随着样本点数的增加,求和谱的求和项数相应增加,曲线更加平滑,则求和谱的波动性减小,导致 H_0 与 H_1 假设下图的连通性均减小。H_0 假设下,图的度分布基本不变,受样本点增加的影响较小,因此其连通性减小的幅度较小;而

H_1 假设下图的连通性受样本点影响较大,样本点增大时,求和谱曲线的平滑性增加且随机性减小,图的连通性减小,且相较于 H_0 假设其连通性减小的程度较大。因此,样本点数增大时,图的连通性差异增大,H_0 与 H_1 假设下图的平均度均值差异增大,算法的检测性能变佳。

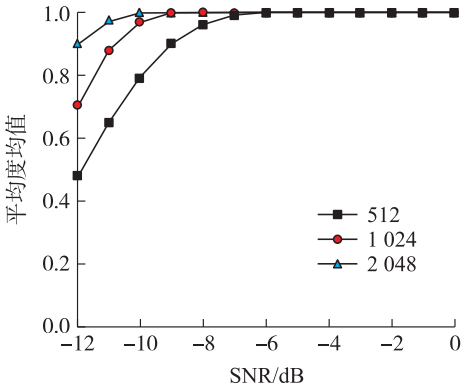


图 9　样本点数与检测概率关系

3.2.3　不同分组长度

所提算法检测概率与分组长度的关系曲线如图 10 所示。仿真中,分组长度 λ 分别取 2、4、8、16。由图 10 可见,分组长度较大时(取 8,16),检测概率随分组长度增大而降低,分组长度较小时(取 2),检测概率相对较差,分组长度适中时(取 4),检测概率最优。原因在于,由图 6 可知,分组长度取适中值 4 时,平均度的偏移系数最大。

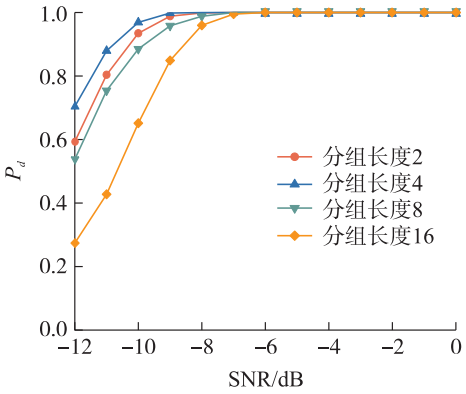
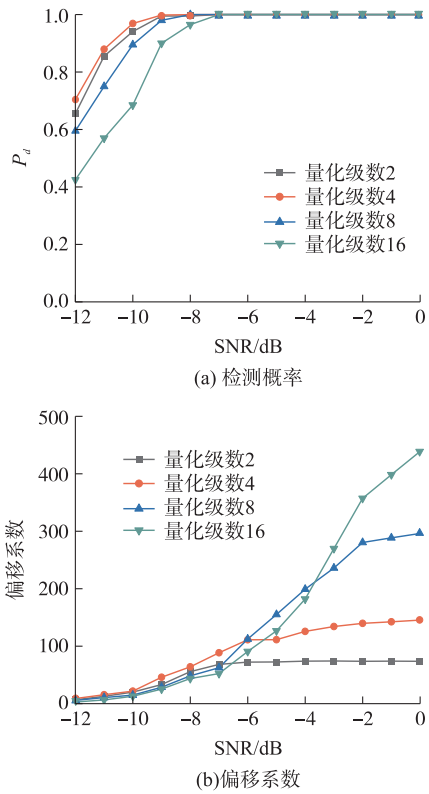


图 10　分组长度与检测概率关系

3.2.4　不同量化级数

所提算法检测概率与量化级数关系曲线如图 11 所示。仿真中,量化级数 M 依次为 4、8、16、32。可知,量化级数适中时(取 8),检测概率最大。其原因在于:如图 11(b)所示,当 SNR 较低,量化级数取 8 时,平均度偏移系数最大;SNR 较高,量化级数为 8 时,平均度的偏移系数虽未达到最大,但其值超过一定阈值后,其性能已基本趋于饱和,检测概率达到 100%。



(a) 检测概率

(b)偏移系数

图 11　量化级数与检测概率、偏移系数关系

3.2.5　不同调制方式

所提算法检测概率与调制方式的关系曲线如图 12 所示。仿真中,调制方式采用 BPSK、正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying,QPSK)、16 进制正交振幅调制(Quadrature Amplitude Modulation,QAM)。由图 12 可见,调制方式对本算法检测概率的影响较小。其原因在于:三种调制方式在相同码元速率下功率谱类似,求和谱序列的 HVG 具有类似的拓扑结构,图的连通性差异较小。

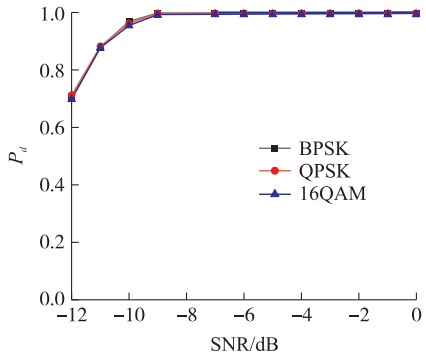


图 12　调制方式与检测概率关系

3.2.6　不同噪声类型

所提算法检测概率与噪声类型的关系曲线如图 13 所示。仿真中,噪声分别为高斯白噪声与拉普拉斯白噪声[27]。由图可见,在相同 SNR 条件下,噪声类型对所提算法的检测概率影响较小。其原因

在于,当样本数不变时,随机序列 HVG 变换的度分布与噪声类型无关[15]。

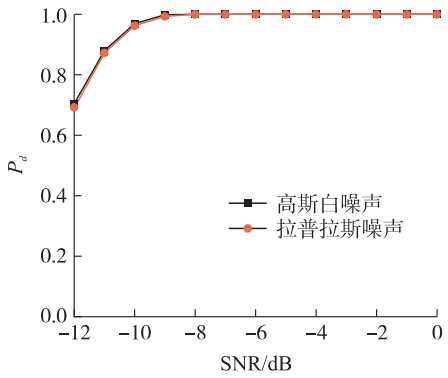


图 13 噪声类型与检测概率关系

3.3 性能对比

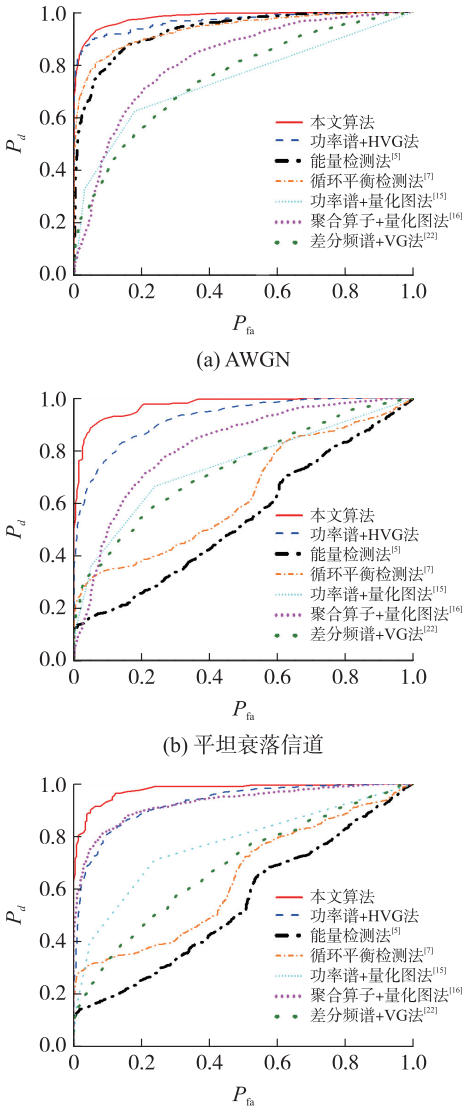
为对比本文算法与现有算法的性能差异,本节将在相同条件下分别对算法的接收机工作曲线(Receiver Operating Characteristic Curve,ROC)与运算时间进行比较。

3.3.1 检测性能

分别将信道设定为高斯信道、平坦衰落信道与选择性衰落信道(信道的最大多普勒频移为 130 Hz,平坦衰落信道只有一条路径且没有时延,单路径增益为 −6 dB;选择性衰落信道有四条路径,时延分别为 0,5/fs,10/fs,15/fs,多路径增益分别为 0 dB,−3 dB,−6 dB,−9 dB),在相同条件下对本文算法、功率谱+HVG 法、能量检测法[5]、循环平稳法[7]、量化图法[15]、聚合算子法[16]、差分频谱+VG 法[22]等算法的 ROC 进行对比,结果如图 14 所示。仿真中 SNR 为−10 dB。可见,在三种信道条件下,本文所提算法的性能均优于现有其他算法。其原因在于:衰落信道会改变观测信号的概率分布,而 HVG 受观测信号的概率分布影响较小。

3.3.2 算法运算时间

上述算法完成 1 000 次蒙特卡洛仿真所需平均时间如表 2 所示,仿真条件与图 13 相同。仿真中所用处理器为 Intel(R) Core(TM) i7-8750H (2.20 GHz),软件平台为 MATLAB R2019a。由表可见,本文算法的运算时间约为功率谱+HVG 法的 1/5;除能量检测法外,本文算法运算时间最低。其原因在于,本文算法选用 HVG 变换作为图变换方式降低了图转换的复杂度,提取功率谱的分组求和序列作为图变换的输入减少了参与 HVG 变换的样本数量。此外,提取图平均度作为检测统计量,也避免了高阶矩阵分解运算。虽然本文算法运算时间高于能量检测法,但其检测性能明显优于能量检测法,因此综合效能更佳。



(a) AWGN

(b) 平坦衰落信道

(c) 选择性衰落信道

图 14 ROC 对比

表 2 常用频谱感知算法运算时间对比

检测统计量的获取方式	算法	平均运算时间/ms
基于拓扑信号处理	本文算法	4.790 6
	功率谱+HVG 法	25.873 5
	差分频谱+VG 法[22]	10.475 8
	功率谱+量化图法[15]	74.428 2
	聚合算子+量化图法[16]	15.634 9
基于统计信号处理	能量检测法[5]	0.003 7
	循环平稳检测法[7]	8.520 1

4 结论

本文提出了一种基于 HVG 变换的低复杂度 CR 频谱感知算法。将传感器所采集信号的功率谱进行分组求和处理,而后将其作为输入进行 HVG 变换得

到特定简单图,并定义图的平均度作为检测统计量,大大减少了算法的复杂度,且提高了算法在低 SNR 下的检测性能。文中利用随机序理论并结合仿真分析,解释了分组求和预处理带来算法性能改进的原因。此外,借助高斯分布给出了一种门限设定的解析计算方法,增强了算法的易处理性。后续将对信号的图拓扑特征与统计特性的融合问题进行研究,并尝试利用图二次型、图傅里叶变换及图小波变换等与无线传感技术相结合设计新的频谱感知算法,进一步提升算法的综合性能。

参考文献:

[1] Haykin S. Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications,2005,23(2):201-220.

[2] 黄继文,张学军. 强信号覆盖约束下移动无线传感网频谱微弱信号检测[J]. 传感技术学报,2023,36(5):776-781.

[3] 王超,韩义波. 认知无线传感网络中基于簇的地理位置路由方案[J]. 传感技术学报,2020,33(6):902-906.

[4] Yücek T,Arslan H. A Survey of Spectrum Sensing Algorithms for Cognitive Radio Applications[J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials,2009,11(1):116-130.

[5] Urkowitz H. Energy Detection of Unknown Deterministic Signals[J]. Proceedings of the IEEE,2005,55(4):523-531.

[6] Tandra R,Sahai A. Fundamental Limits on Detection in Low SNR under Noise Uncertainty[C]//2005 International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing,Maui,HI,USA,2005:464-469.

[7] Zhu Y,Liu J,Feng Z,et al. Sensing Performance of Efficient Cyclostationary Detector with Multiple Antennas in Multipath Fading and Lognormal Shadowing Environments[J]. Journal of Communications and Networks,2014,16(2):162-171.

[8] Chew D,Cooper A B. Spectrum Sensing in Interference and Noise Using Deep Learning[C]//2020 54th Annual Conference on Information Sciences and Systems(CISS),Princeton,NJ,USA,2020:1-6.

[9] Zheng S L,Chen S C,Qi P H,et al. Spectrum Sensing Based on Deep Learning Classification for Cognitive Radios[J]. China Communications,2020,17(2):138-148.

[10] Xie J,Fang J,Liu C,et al. Deep Learning-Based Spectrum Sensing in Cognitive Radio:A CNN-LSTM Approach[J]. IEEE Communications Letters,2020,24(10):2196-2200.

[11] Leus G,Marques A G,Moura J M,et al. Graph Signal Processing: History, Development, Impact, and Outlook[J]. IEEE Signal Processing Magazine,2023,40(4):49-60.

[12] Sardellitti S,Barbarossa S. Topological Signal Processing over Generalized Cell Complexes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing. 2024,72:687-700.

[13] Barbarossa S,Sardellitti S. Topological Signal Processing over Simplicial Complexes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing. 2020,68:2992-3007.

[14] Barbarossa S,Sardellitti S. Topological Signal Processing: Making Sense of Data Building on Multiway Relations[J]. IEEE Signal Process,2020,37(6):174-183.

[15] Yan K,Wu H C,Xiao H L,et al. Novel Robust Band-Limited Signal Detection Approach Using Graphs[J]. IEEE Communications Letters,2017,21(1):20-23.

[16] Li Y,Lu G,Ye Y. Spectrum Sensing Based on Graph Weighted Aggregation Operator[J]. IEEE Communications Letters,2023,27(11):3132-3136.

[17] Yan K,Wu H C,Busch C,et al. Graph Representation of Random Signal and Its Application for Sparse Signal Detection[J]. Digital Signal Processing,2020,96:102586.

[18] Wu S,Hu G. Graph-Based Spectrum Sensing Algorithm via Nonlinear Function Regulation[J]. IET Radar,Sonar & Navigation,2024,18(6):915-930.

[19] Lacasa L,Luque B,Ballesteros F,et al. From Time Series to Complex Networks:The Visibility Graph[J]. Proceedings of National Academy of Sciences,2008,105(13):4972-4975.

[20] Luque B,Lacasa L,Ballesteros F,et al. Horizontal Visibility Graphs:Exact Results for Random Time Series[J]. Physical Review E,2009,80(4):046103.

[21] Wan T,Liao J,Jiang K,et al. Detection and Recognition of LPI Radar Signals Using Visibility Graphs[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics,2020,31(6):1186-1192.

[22] Liao J Y,Wan T,Tang B. An Approach of LPI Radar Signal Detection Based on Visibility Graph[C]//2020 IEEE 3rd International Conference of Safe Production and Informatization(IICSPI),Chongqing,China,IEEE,2020:611-615.

[23] Bollobás B. Modern Graph Theory[M]. New York,NY,USA:Springer,1998:1-3.

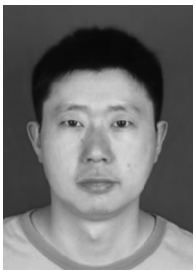
[24] Shaked,Shcenthikumar J G. Stochastic Orders[M]. USA:New York,NY Springer,2007:3-10.

[25] Picinbono B. On Deflection as a Performance Criterion in Detection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems,1995,31(3):1072-1081.

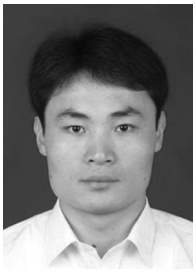
[26] Erdos,Rényi A. On the Evolution of Random Graphs[J]. Publications of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences,1960,5(1):17-61.

[27] Kotz S,Kozubowski T J,Podgorski K,et al. The Laplace Distribution and Generalizations[M]. Boston,MA,USA:Birkhäuser,2001:15-20.

杜宇鑫(2000—),男,江苏扬州人,2022 年获工学学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为统计信号处理;



胡国兵(1978—),江苏高淳人,2011 年获工学博士学位,现为教授,主要研究方向为统计信号处理,s0304152@jit.edu.cn;



宋　军(1979—),男,江苏睢宁人,2014 年获工学博士学位,现为副教授,主要研究方向为深度学习、信号处理;

赵嫔姣(1990—),女,黑龙江哈尔滨人,2017 年获博士学位,现为副教授,主要研究方向为宽带系统的信号处理与识别;

朱文清(2001—),男,江苏启东人,2023 年获工学学士学位,现为硕士研究生,主要研究方向为统计信号处理。