Reconstruction Method of Plane Temperature Field Based on Tensor Decomposition

HE Xuebing, LI Wenjun*, LIU Yuqiu, WANG Xiaonan
(College of Metrology and Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

Abstract: In the process of temperature field measurement, there are some problems such as insufficient measurement points and missing measurement data. To solve these problems, a method based on tensor decomposition is proposed to reconstruct the plane temperature field by using the dynamic temperature measurement data of finite points in the plane. Firstly, the finite difference method is used to simulate a plane temperature field, the plane temperature distribution is obtained. Secondly, a virtual measuring point is set on the plane, and the sampling time is set, and the plane temperature field expressed in tensor form is obtained. Then, four data missing rates are set, i.e., 60%, 70%, 80%, and 90% respectively, and the temperature field with data missing is continued to be represented in tensor form. Finally, the four temperature fields with missing data are reconstructed through tensor decomposition. The results show that the temperature field reconstruction method based on tensor decomposition can reconstruct the temperature field, and the reconstruction error is less than 3.82% when the missing rate is 90%. A plane temperature field test system is set up for an aluminum alloy plate, and 12 measuring points are arranged. Thermocouples are used to measure and record the temperature of the aluminum alloy plate when it is heated to a steady state. By using an experimental data set, the temperature field is reconstructed by using the tensor decomposition method. The experimental and computational results show that the dynamic plane temperature field reconstruction method based on tensor decomposition can reconstruct the measured plane temperature field under the condition of finite measuring points.

Key words: tensor decomposition; plane temperature field; temperature field reconstruction; dynamic temperature measurement
EEACC: 7230; 7210 **doi**: 10.3969/j.issn.1004-1699.2025.06.007

基于张量分解的平面温度场重建方法

贺雪冰, 李文军*, 刘宇秋, 王潇楠
(中国计量大学计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘 要: 温度场测量过程中存在测量点不足及测量数据缺失的问题。为解决这些问题, 提出一种基于张量分解的平面温度场重建方法, 用平面有限个测量点的动态温度测量数据重建平面的温度场。首先, 采用有限差分法对一种平面温度场进行仿真, 获得平面的温度分布。其次, 在平面上设置虚拟测量点, 并设置采样时间, 得到张量形式表示的平面温度场。然后, 设置了 4 种数据缺失率, 分别为 60%、70%、80%和 90%, 继续用张量形式表示存在数据缺失的温度场。最后, 通过张量分解对 4 种数据缺失的温度场进行重建。计算结果表明, 基于张量分解的平面温度场重建方法能够重建温度场, 在缺失率为 90%时, 重建误差不大于 3.82%。以一种铝合金板为实验对象, 搭建了平面温度场实验系统, 布置了 12 个实际测量点, 用热电偶测量和记录铝合金板受热升温到稳态时的测量点温度。利用实验数据集, 采用张量分解方法对温度场进行重建。实验和计算结果表明, 在有限测点情形下, 基于张量分解的动态平面温度场重建方法能够重建被测平面的温度场。

关键词: 张量分解; 平面温度场; 温度场重建; 动态温度测量
中图分类号: TK311; TH811 **文献标识码**: A **文章编号**: 1004-1699(2025)06-1002-09

工业中往往需要对温度分布信息进行监测, 主要通过数值模拟和测量方法两种方式来获取[1]。实际应用中由于数值模拟计算过程复杂且对环境信息要求较高, 多采用温度测量方法。在温度测量中, 传感器数量不足、传感器故障以及数据传输系统故障等问题会导致收集的数据存在缺失, 数据缺失不仅会增加后续计算需求的难度, 还会造成数据不足影响数据分析的准确性[2], 难以获得完整的温度分布信息。

为更准确地获取温度分布信息, 在温度测量方法的基础上结合计算方法对温度分布进行重建。其中最小二乘法是温度场重建中最常见的方法[3], 其计算过程简单, 计算速度快[4]。谢李兵等[5]提出在声学传感器获取数据的基础上, 采用迭代和二维函

收稿日期: 2023-07-31 **修改日期**: 2023-10-10

数插值的方法对温度场进行重建,完成了对平面温度场的重建。许富景等[6]提出结合压缩感知与分段 Hermite 插值理论的二维温度场重构方法。

面对温度场中的高维数据,降维算法被引入温度分布重建中。Woojin 等[7]提出了采用本征正交分解降维方法进行计算,完成了对燃烧煤粉锅炉温度场的重建。Lei 等[8]将数值模拟和测量信息结合,提出了 Gappy POD 方法,根据局部测量数据完成重建稳态温度场。陈敏鑫等[9]将数据降维引入甲烷湍流燃烧火焰温度分布重建计算过程,采用主成分分析法和 Tucker 分解法分别完成了二维稳态温度场重建和三维稳态温度场重建,进一步说明了重建算法在温度场重建中的可行性。

本文针对平面温度场,在二维温度场的基础上引入采样时间,将二维矩阵数据增广至三阶张量结构数据,提出了基于张量分解的平面温度场重建方法。采用二维热传导方程对平面温度场进行仿真,计算获取原始温度场温度分布数据,结合平面测量点位置坐标和采样时间,生成张量形式表示的温度场,对其设置 60%、70%、80%和 90%这 4 种缺失率,生成稀疏张量表示存在数据缺失的温度场。面向稀疏张量基于张量分解进行建模并将其作为模型的输入数据,重构张量,重建平面温度场,采用 RMSE 和 RSE 对模型重建的温度场进行评价。搭建平面温度场实验系统,使用 K 型热电偶对测量点的动态温度进行采集,采用张量分解方法进行计算,重建平面温度场。

1　基于张量分解的平面温度场重建模型

1.1　张量

张量是基于标量和矢量向更高维度的增广[10],其中向量和矩阵分别被称为一维张量和二维张量,三维及三维以上的数据统称为张量,图 1 所示是一阶到六阶张量的示意图。

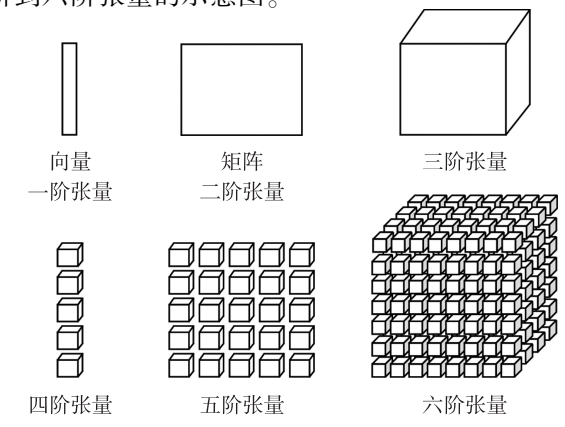


图 1　张量示意图

在张量中抽取矩阵的操作被称为切片(slices),保留两个维度变化,其他维度固定即可得到一个矩阵,这个矩阵为张量的切片[11]。在动态温度场的三阶张量中按照 y 轴、x 轴和时间(t)维度进行切片操作,可以分别得到三阶张量的水平切片(Horizontal Slices),横向切片(Lateral Slices)和正面切片(Frontal Slices),如图 2 所示。

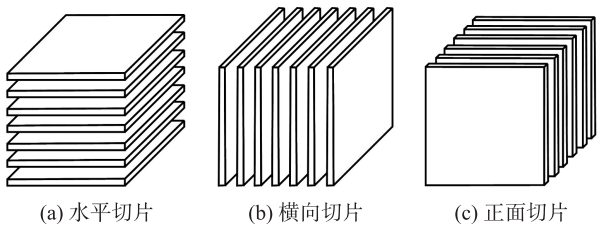


图 2　三阶张量切片

1.2　张量分解原理

张量分解是一种从张量数据中提取有价值信息的强大计算工具,可以有效地进行降维、特征提取等[12]。在张量分解中有两种基本分解模型:Tucker 分解和 CP 分解。其中 Tucker 分解(Tucker Decomposition)是主成分分析的高阶推广[13],可以直接从高阶张量中提取特征,其本质就是将原始张量分解为一个核心张量以及对应不同维度的因子矩阵,每个因子矩阵可以看作是对应于不同维度的线性变换操作。

一个 N 阶张量的 Tucker 分解表示为:

$$X\approx[\boldsymbol{G};\boldsymbol{A}^{\{1\}},\boldsymbol{A}^{\{2\}},\cdots,\boldsymbol{A}^{\{N\}}]=\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{A}^{\{1\}}\times_2\cdots\times_N A^{\{N\}}\quad(1)$$

式中:$\boldsymbol{G}$ 为核心张量,$\boldsymbol{A}^{\{n\}}(n=1,2,\cdots,N)$ 为不同维度上的因子矩阵,符号$\times_N$ 表示核心张量 G 与因子矩阵 $\boldsymbol{A}^{\{N\}}$ 在第 N 模态上的模乘,符号$\times_1$、$\times_2\cdots\times_N$ 表示按照顺序进行所有 N 个模态的模乘操作。

三阶张量的 Tucker 分解过程如图 3 所示。

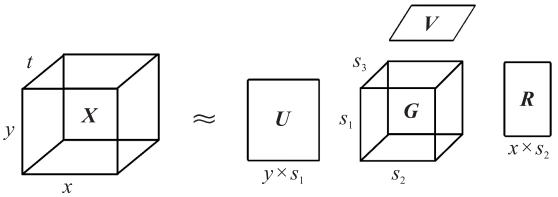


图 3　三阶张量分解过程

通过分析三阶张量的分解过程可以看出,Tucker 分解在分解过程中可以捕获原始张量中的潜在联系,得到比原始张量储存空间小的核心张量 $\boldsymbol{G}$。核心张量 $\boldsymbol{G}$ 包含原张量 $\boldsymbol{X}$ 中的主要信息[14],三个因子矩阵 $\boldsymbol{U}$,$\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 分别包含了不同维度上的主成分。

1.3　基于张量分解的平面温度场重建

对于二维的动态温度场,在温度分布矩阵的基础上引入时间维度,从而将温度矩阵数据集转化为三阶张量数据表示,图 4 所示是平面温度场三阶张

量 $\boldsymbol{T}(x,y,t)$ 的示意图。

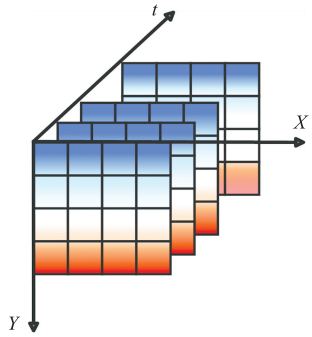


图 4 平面温度场三阶张量 $\boldsymbol{T}(x,y,t)$ 示意图

在面向存在数据缺失的稀疏张量建模时，可以用集合 $\boldsymbol{\Omega}$ 表示观测元素 $\boldsymbol{G},\boldsymbol{U},\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 的索引集合，Tucker 分解的表达式如式(2)所示：

$$P_{\Omega}(\boldsymbol{X})\approx P_{\Omega}(\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{U}\times_2\boldsymbol{R}\times_3 V) \tag{2}$$

式中：P_{Ω} 为作用在集合 $\boldsymbol{\Omega}$ 上的正交映射。

为从目标张量 $\boldsymbol{X}$ 中学习出核心张量以及因子矩阵，使用交替最小二乘法在每次迭代中最小化目标函数来更新每个参数[15]，同时固定其他参数。将三阶张量逼近问题转化为优化问题进行求解，定义目标函数如式(3)所示，对 $\boldsymbol{G},\boldsymbol{U},\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 引入正则化项，用来控制它们的大小和稀疏性[16]，优化问题的完整表达式如式(4)所示：

$$\min_{\boldsymbol{G},\boldsymbol{U},\boldsymbol{R},\boldsymbol{V}}\| P_{\Omega}(\boldsymbol{X})-P_{\Omega}(\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{U}\times_2\boldsymbol{R}\times_3\boldsymbol{V})\|_F^2 \tag{3}$$

$$\min_{\boldsymbol{G},\boldsymbol{U},\boldsymbol{R},\boldsymbol{V}}\| P_{\Omega}(\boldsymbol{X})-P_{\Omega}(\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{U}\times_2\boldsymbol{R}\times_3\boldsymbol{V})\|_F^2+\lambda(\|\boldsymbol{G}\|_F^2+\|\boldsymbol{U}\|_F^2+|\boldsymbol{R}|_F^2+\|\boldsymbol{V}\|_F^2) \tag{4}$$

式中：$\|\cdot\|_F^2$ 为 Frobenius 范数，λ 为正则化参数。

将目标函数记作 f，计算核心张量 $\boldsymbol{G}$ 最小二乘近似解的表达式，如式(5)所示，计算因子矩阵 $\boldsymbol{U}$、$\boldsymbol{R}$ 和 $\boldsymbol{V}$ 最小二乘近似解的表达式，分别如式(6)~式(8)所示：

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{G}}=-P_{\Omega}(\boldsymbol{X}-\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{U}\times_2\boldsymbol{R}\times_3\boldsymbol{V})\times_1\boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}\times_2\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\times_3\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}+\lambda\boldsymbol{G}=0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{U}}=-P_{\Omega 1}(\boldsymbol{X}_{(1)}-\boldsymbol{U}\boldsymbol{G}_{(1)}(\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{R})^{\mathrm{T}})\times(\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{R})\boldsymbol{G}_{(1)}^{\mathrm{T}}+\lambda\boldsymbol{U}=0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{R}}=-P_{\Omega 2}(\boldsymbol{X}_{(2)}-\boldsymbol{R}\boldsymbol{G}_{(2)}(\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}})\times(\boldsymbol{V}\otimes\boldsymbol{U})\boldsymbol{G}_{(2)}^{\mathrm{T}}+\lambda\boldsymbol{R}=0 \tag{7}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{V}}=-P_{\Omega 3}[\boldsymbol{X}_{(3)}-\boldsymbol{V}\boldsymbol{G}_{(3)}(\boldsymbol{R}\otimes\boldsymbol{U})^{\mathrm{T}}]\times(\boldsymbol{R}\otimes\boldsymbol{U})\boldsymbol{G}_{(3)}^{\mathrm{T}}+\lambda\boldsymbol{V}=0 \tag{8}$$

通过多次迭代计算核心张量和因子矩阵的最小二乘近似解，从而计算重构张量，模型输出重构张量，重建平面温度场，重构张量计算表达式如式(9)所示：

$$\hat{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{U}\times_2\boldsymbol{R}\times_3\boldsymbol{V} \tag{9}$$

图 5 所示是基于张量分解的平面温度场重建原理，可以看出基于张量分解的平面温度场重建主要分为以下 4 步：①平面的温度分布数据结合测量点位置坐标和采样时间构造稠密的张量数据；②确定数据缺失率，构造稀疏的温度场张量作为模型输入数据；③通过 Tucker 分解进行特征提取，计算核心张量和因子矩阵；④计算重构张量作为输出数据，重建平面温度场。

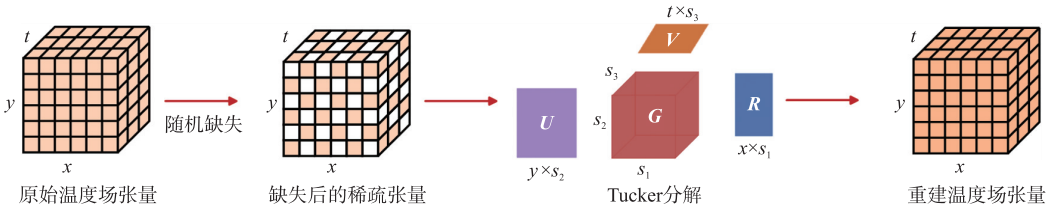


图 5 基于张量分解的平面温度场重建原理

张量分解算法主要流程如图 6 所示。

1.4 评价指标

为了对温度场重建的结果进行分析，采用均方根误差(Root Mean Square Error，RMSE)和相对均方误差(Residual Standard Error，RSE)对张量分解测温模型进行评价。

均方根误差是模型重构张量和真实张量之间的平均误差，反映了经过 Tucker 分解后模型重建温度场的准确程度，其表达式为：

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}[T_r(k)-T_p(k)]^2} \tag{10}$$

式中：n 为测试样本数量，$\boldsymbol{T}_r$ 为真实张量，$\boldsymbol{T}_p$ 为重构张量。均方根误差越小，说明模型重建温度场越准确；均方根误差越大，则越不准确。

相对均方误差是相对于真实张量的一个相对误差，反映了重建误差相对于真实张量的变化情况和模型的稳定性，其表达式为：

$$\mathrm{RSE}=\frac{\|\boldsymbol{T}_r-\boldsymbol{T}_p\|_2}{\|\boldsymbol{T}_r\|_2}\times 100\% \tag{11}$$

式中：$\boldsymbol{T}_r$ 为真实张量，$\boldsymbol{T}_p$ 为重构张量，$\|\boldsymbol{T}_r-\boldsymbol{T}\|_p$ 为 $\boldsymbol{T}_r-\boldsymbol{T}_p$ 的 2 范数，为更便于比较不同数据集之间的结果，将结果以百分比的形式进行显示，同时定义为温度场的重建误差。相对均方误差越小，说明模型越稳定，重建误差越小；相对均方误差越大，则越不

稳定,重建误差越大。

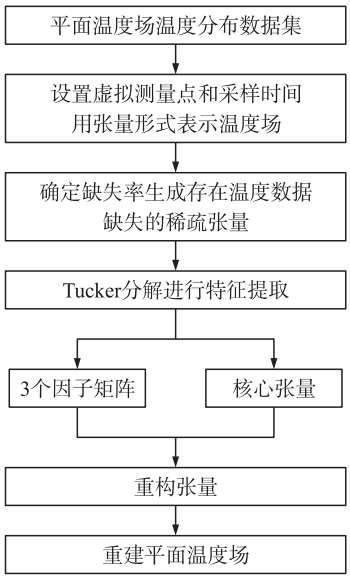


图 6　平面温度场重建算法流程图

2　平面温度场仿真

2.1　数学模型的建立与求解

为快速得到平面温度场一段时间内的温度分布,建立了基于二维热传导方程的平面温度场数学模型,在 MATLAB 中对其进行求解。

二维热传导方程表达式为:

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\alpha\times\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\frac{q}{\rho c} \tag{12}$$

式中:T 为温度,t 为时间,α 为热扩散系数,x 和 y 分别为平面坐标,q 为温度场内热源,ρ 为平面板材密度,c 为板材比热容。

为求解二维热传导方程,设定平面温度场的初始温度分布和 4 个边界条件,同时选取铝合金作为仿真平面。

平面温度场的尺寸大小以及采集时间范围为:

$$0\leqslant x\leqslant 0.4\ \text{m},0\leqslant y\leqslant 0.4\ \text{m} \tag{13}$$

$$0\leqslant t\leqslant 600\ \text{s} \tag{14}$$

平面温度场的初始温度分布为:

$$T(x,y,0)=20\ ℃ \tag{15}$$

平面温度场的左右边界以及上边界均为:

$$T(0,y,t)=20\ ℃ \tag{16}$$

$$T(0.4,y,t)=20\ ℃ \tag{17}$$

$$T(x,0.4,t)=20\ ℃ \tag{18}$$

平面温度场的下边界为:

$$T(x,0,t)=200\ ℃ \tag{19}$$

将下边界作为平面稳定加热的外热源,设置内热源为 0,观察其在 600 s 采集时间内的温度分布变化。通过二维热传导方程和铝合金材料特性可以确定方程中热扩散系数的大小,热扩散系数表达式为:

$$\alpha=k/\rho c \tag{20}$$

式中:k 为铝合金板材的热导率,选用 1060 型铝合金,其板材热导率为 $k=234\ \text{W/(m·k)}$。

在数值计算中,有限差分法(Finite Difference Method,FDM)是被广泛应用的高效计算方法[17],其有两种基本的格式分别为显格式和隐格式,文献[18]中对有限差分法的显隐两种格式进行了对比,总结出隐格式的稳定性优于显格式,故选择隐式有限差分对建立的二维热传导方程进行求解。

隐式有限差分表达式为:

$$T^n_{(i,j)}=(1-2Fo_x-2Fo_y)\times T^{n-1}_{(i,j)}+Fo_x\times[T^n_{(i+1,j)}+T^n_{(i-1,j)}]+Fo_y\times[T^n_{(i,j+1)}+T^n_{(i,j-1)}] \tag{21}$$

式中:$T^n_{(i,j)}$ 为点(i,j)处第 n 时刻的温度值,$T^{n-1}_{(i,j)}$ 为点(i,j)处第 $n-1$ 时刻的温度值,Fo_x 为 x 方向的傅里叶数,Fo_y 为 y 方向的傅里叶数。

X 轴与 Y 轴的长度与平面温度场大小保持一致,均为 0.4 m,空间步长 $\Delta x=\Delta y=0.01$ m。在二维热传导方程求解过程中,通过迭代计算,随着采样时间变化不断更新温度矩阵,并以热力图的形式进行绘制。将计算得到的温度矩阵以三阶张量正面切片的形式沿时间维度依次进行排列,生成平面温度场三阶张量数据集,如图 7 所示。

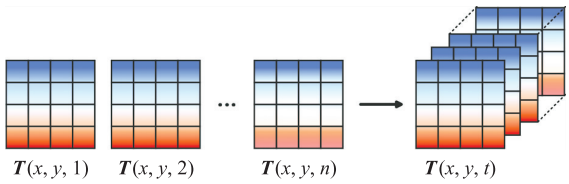


图 7　平面温度场三阶张量数据生成示意图

为提高计算速度,在空间步长 0.01 m 的基础上增加 $\Delta x=\Delta y=0.02$ m 的划分方式,其仿真计算方式与空间步长为 0.01 m 时一致。

2.2　张量分解模型参数设置

在对三阶张量的 Tucker 分解中,为调整和控制模型在重构张量时的性能,通过设置模型参数来达到较好的重构结果[19],参数值如表 1 所示。

表 1　张量分解模型参数设置

参数名	参数值
初始化方式	随机初始化
rank_1	(30,30,30)
rank_2	(10,10,10)
正则化参数	0.001
迭代次数	100

在平面温度场仿真过程中,空间步长为 0.01 m 的温度场张量大小为 $41\times41\times600$,空间步长为

0.02 m 的温度场张量大小为 21×21×600，根据其大小不同分别设置分解秩为 $\text{rank}_1=(30,30,30)$ 和 $\text{rank}_2=(10,10,10)$。

2.3 计算结果

将平面温度场仿真中生成的三阶张量作为理论测量值，在此基础上设置 4 种不同的缺失率，分别为 60%、70%、80%和 90%，从三阶张量的三个维度上随机设置缺失。将缺失后的稀疏三阶张量作为模型的输入数据，通过模型对三阶张量进行重构，重建平面温度场。定义缺失率表达式为：

$$r=(M/N)\times 100\% \tag{22}$$

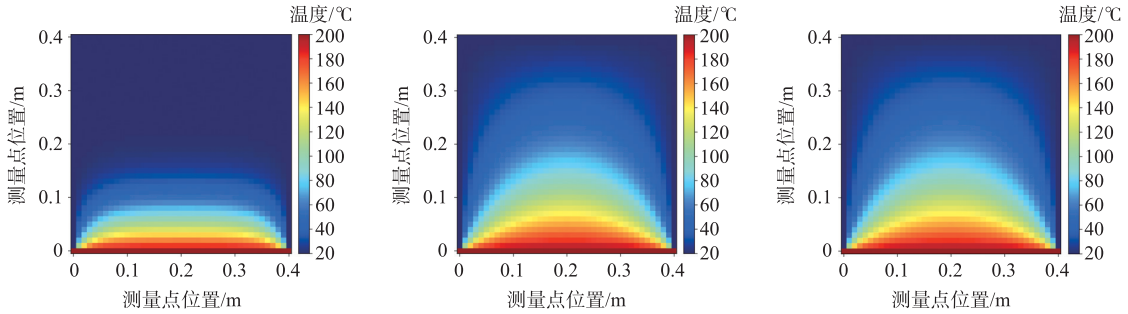
式中：M 为缺失的温度数据样本数量，N 为总体温度数据样本总数。

根据式(10)和式(11)，计算评价指标 RMSE 和 RSE，以此评价模型的重建精度，计算结果如表 2 所示。由表 2 可以看出，在 4 种不同数据缺失率的情况下，张量分解模型都可以完成对平面温度场的重建。从 RSE 数据可知模型的稳定性较好，重建误差不大于 3.82%。

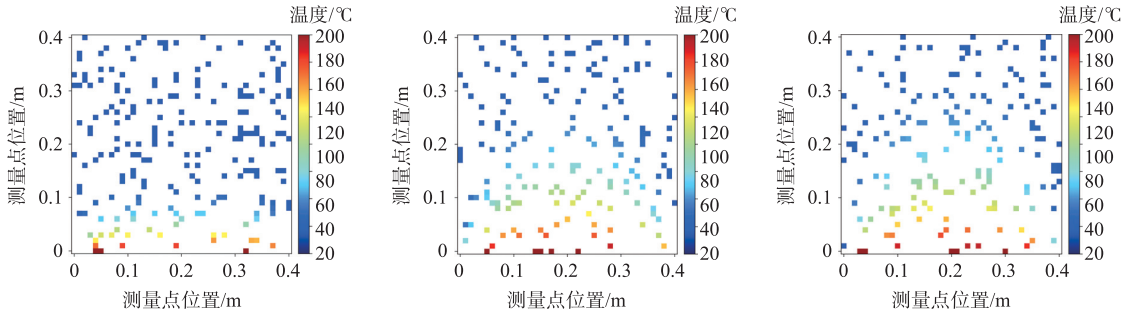
表 2 不同数据缺失率下重建温度场的 RMSE 和 RSE

缺失率/%	评价指标	空间步长	
		0.01 m	0.02 m
60	RMSE	15.607 6	14.855 9
	RSE/%	0.39	0.67
70	RMSE	17.659 0	15.054 8
	RSE/%	0.45	0.64
80	RMSE	21.409 3	21.543 4
	RSE/%	0.63	1.22
90	RMSE	35.723 4	39.214 4
	RSE/%	1.65	3.82

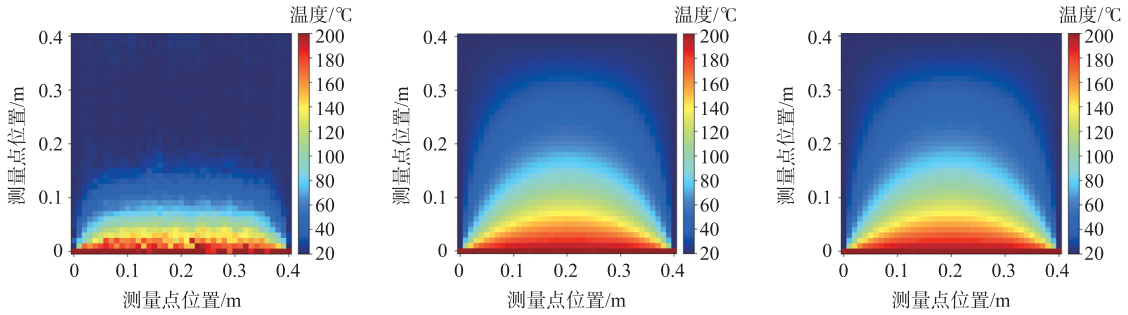
空间步长 0.01 m 的温度场在缺失率为 90%时的平面温度场重建结果如图 8 所示，在对重建温度场与原始温度场同一时刻下的热力图进行对比的基础上，抽取了平面边缘与中心共 9 个位置作为虚拟测量点得到测量点的温度时间序列，并对其 y 轴温度值做局部放大处理，对测量点的动态温度重建结果做进一步分析，其动态温度重建结果如图 9 所示。



(a) t=10 s, 100 s, 600 s时原始温度场热力图



(b) t=10 s, 100 s, 600 s时缺失数据后温度场热力图



(c) t=10 s, 100 s, 600 s时重建温度场热力图

图 8 数据缺失率 90%时平面温度场重建结果热力图对比

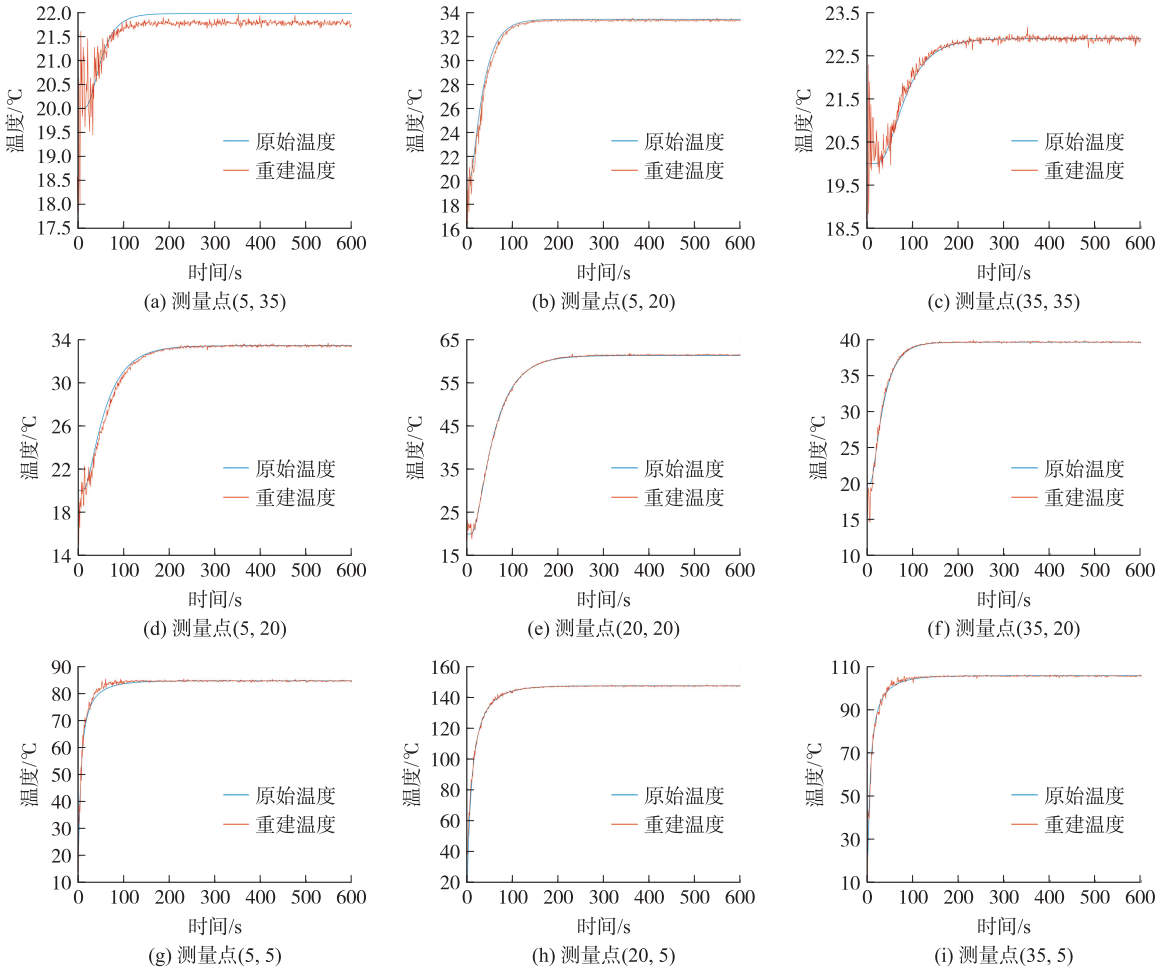


图 9　缺失率 90%时虚拟测量点动态温度的重建结果

由图 8 和图 9 可知,模型对平面温度场重建的误差主要产生于温度场边缘处的测量点,且主要发生在测量点进行温度阶跃的 0~100 s 内。

3　平面温度场实验

3.1　实验装置

搭建了平面温度场的动态温度测量实验系统。实验装置包括了上机位、数据采集卡、热电偶、铝合金板以及加热平台,采用温度校准器 ACSII-2000 作为加热平台,当加热到指定温度时温度控制器会发出停止加热的指令保证加热温度的准确性。平面温度场的动态温度测量实验系统示意如图 10 所示。

ACSII-2000 型温度校准器由温度控制器和加热器组合而成,温度控制器使用 PID 自动控制,与其加热器结合可以使升温迅速而稳定,在加热时不会产生回温[20],温度控制精度较高,当加热温度为 0~100 ℃时,加热精度为(-0.7 ℃,+0.5 ℃)。表 3 所示为 ACSII-2000 型温度校准器性能指标。

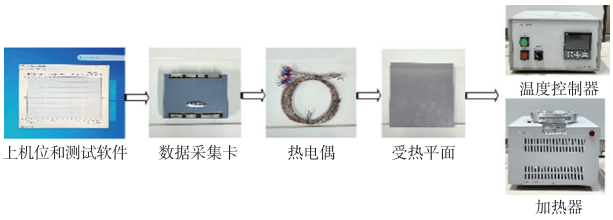


图 10　平面温度场动态温度测量实验系统示意图

表 3　ACSII-2000 型温度校准器性能指标

指标名称	参数
温度范围	0~500 ℃
加热精度	-0.7 ℃/+0.5 ℃(0 ℃~100 ℃)
加热时间	20 min(0 ℃~100 ℃)
加热功率	600 W
控制方式	PID 自动控制
控制输入	Pt 100Ω,ϕ3.2 Class A
精度	±0.05 ℃

受热平面为大小 20 cm×15 cm 的 1060 型铝合金板,在平面边缘及中心布置 12 个温度测量点,其位置示意如图 11 所示。对铝合金板的下边界进行均匀受热,同时在温度测量点处布置 K 型热电偶采集温度数据,采集时间为 0~600 s。

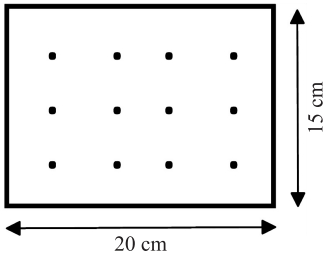


图 11 温度测量点位置示意图

3.2 实验结果

设置加热平台温度为 100 ℃,温度采集的采样频率为 50 Hz,采样时间长度为 600 s。将采集到的温度测量点温度数据结合测量点位置坐标和采集时间进行组合,用张量的形式表示。

对实验数据集采用张量分解方法计算,重建平面温度场。重建后的平面温度场如图 12 所示,抽取重建后温度场张量中的测量点温度时间序列与实验测量值进行对比,结果如图 13 所示。

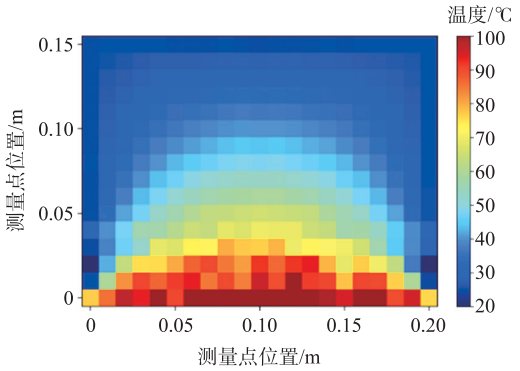


图 12 实验温度场重建结果

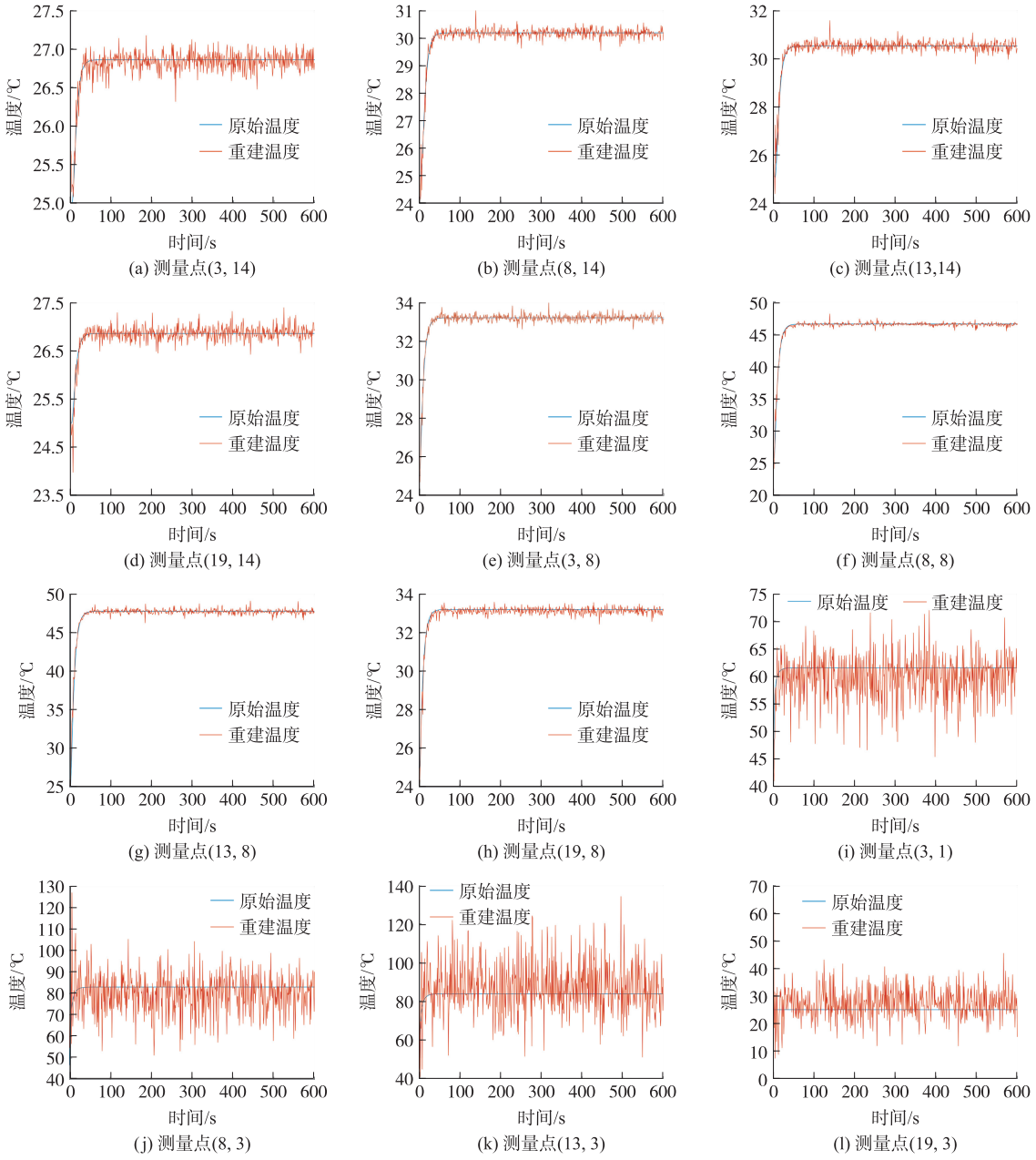


图 13 温度测量点动态温度数据重建结果

由图 12 和图 13 可以看出,重建误差主要存在于温度场边缘处温度变化较大的地方,这与仿真结果一致。根据式(10)和式(11),计算 RMSE 和 RSE,评价模型的重建精度,计算结果如表 4 所示。

表 4　温度测量点的评价指标结果

温度测量点	评价指标	
	RMSE	RSE/%
(3,3)	4.209 717	6.85
(3,8)	0.169 126	0.55
(3,14)	0.119 441	0.45
(8,3)	9.582 378	11.50
(8,8)	0.322 398	0.69
(8,14)	0.165 670	0.55
(13,3)	12.859 201	15.30
(13,8)	0.425 064	0.89
(13,14)	0.215 571	0.71
(19,3)	9.426 398	15.30
(19,8)	0.189 145	0.57
(19,14)	0.145 197	0.54

由表 4 可知,实验中真实温度场在受热平板与空气之间传热及加热平面与受热平面之间传热的影响下,温度场边缘处的温度测量点 RMSE 和 RSE 均比内部测量点要大,这与仿真结果一致,可以看出张量分解模型在有限温度测量点的温度数据下可以对平面温度场进行重建。

4　结论

为了解决温度场测量中存在数据缺失的问题,提出了基于张量分解的平面温度场测量和重建方法。根据文献[21]和文献[22]可以看出张量分解算法在近几年三维稳态温度场重建的研究中均展现出了较好的重建结果,本文在稳态温度场基础上引入时间维度,提出基于张量分解的平面温度场重建方法,采用张量分解的方法对不同维度上存在数据缺失的平面温度场进行建模,重建平面温度场。通过仿真计算与实验计算可以看出,张量分解模型能够在有限个温度测量点的情况下完成对平面温度场的重建,为工业测量动态温度场中数据丢失问题提供了新的解决方案。

参考文献:

[1] 穆怀萍. 温度分布重建方法研究[D]. 北京:华北电力大学,2018.

[2] Audigier V, Husson F, Josse J. A Principal Components Method to Impute Missing Values for Mixed Data[J]. Advances in Data Analysis and Classification, 2016, 10(1): 5-26.

[3] Jia R X, Xiong Q Y. Two-Dimensional Temperature Field Distribution Reconstruction Based on Least Square Method and Radial Basis Function Approximation[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017(1): 1213605.

[4] Chen Y, Xu K B, Liu S S. Application Study on Multiple Acoustic Paths Intersection in Temperature Field Measurement[J]. Advanced Materials Research, 2014, 902: 167-172.

[5] 谢李兵,刘彤,张志刚,等. 基于迭代和插值算法的二维温度场重建[J]. 中国电机工程学报,2004,24(10):251-254.

[6] 许富景,杜少成,荆蕊蕊. 基于压缩感知与分段 Hermite 插值的二维温度场重构方法[J]. 电子测量与仪器学报,2022,36(4):40-47.

[7] Lee W J, Jang K W, Han W J, et al. Model Order Reduction by Proper Orthogonal Decomposition for a 500 MWe Tangentially Fired Pulverized Coal Boiler[J]. Case Studies in Thermal Engineering, 2021, 28: 101414.

[8] Lei J, Liu S. Temperature Field Reconstruction from the Partial Measurement Data Using the Gappy Proper Orthogonal Decomposition[J]. IET Science, Measurement and Technology, 2013, 7(3): 171-179.

[9] 陈敏鑫. 基于降维和深度学习方法的温度分布重建[D]. 北京:华北电力大学,2021.

[10] Dunlavy D M, Kolda T G, Acar E. Temporal Link Prediction Using Matrix and Tensor Factorizations[J]. ACM Transactions on Knowledge Discovery from Data, 2011, 5(2): 10.

[11] Yokota T, Erem B, Guler S, et al. Missing Slice Recovery for Tensors Using a Low-Rank Model in Embedded Space[C]//2018 IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Salt Lake City, UT, USA, 2018: 8251-8259.

[12] Shi Q Q, Cheung Y M, Zhao Q B, et al. Feature Extraction for Incomplete Data Via Low-Rank Tensor Decomposition With Feature Regularization[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2019, 30(6): 1803-1817.

[13] Kolda G T, Bader W B. Tensor Decompositions and Applications[J]. Siam Review, 2009, 51(3): 455-500.

[14] Ji L, Przemyslaw M, Peter W, et al. Tensor Completion for Estimating Missing Values in Visual Data[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine in Telligence, 2013, 35(1): 208-220.

[15] 李琳,王培培,谷鹏,等. 基于 LU 分解和交替最小二乘法的分布式奇异值分解推荐算法[J]. 模式识别与人工智能,2020,33(1):32-40.

[16] 单会玲. 基于矩阵填充的连续温度场数据重构方法的研究[D]. 江西:华东交通大学,2018.
[17] 徐艳洁,雷钧,谷岩. 基于广义有限差分法求解二维非稳态热传导方程[C]//2018 年北京力学会第二十四届学术年会,北京,2018:800-801.
[18] 吕桂霞,马富明. 二维热传导方程有限差分区域分解算法[J]. 数值计算与计算机应用,2006,27(2):96-105.
[19] Casey B,Grey B,Kolda G T. A Practical Randomized CP Tensor Decomposition[J]. SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications,2018,39(2):876-901.
[20] 王潇楠. 混合式表面发射率的测量与研究[D]. 杭州:中国计量大学,2019.
[21] Liu Z Y,Lin S,Zhang Y F,et al. Reconstruction Optimization Algorithm of 3D Temperature Distribution Based on Tucker Decomposition[J]. Applied Sciences,2022,12(21):10814.
[22] Zhao M,Li W,Li L,et al. Three-Order Tensor Creation and Tucker Decomposition for Infrared Small-Target Detection[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing,2022,60:5000216.

贺雪冰(1999—),女,硕士研究生,研究方向为热工参数检测和仪器,826465388@qq.com;

李文军(1970—),男,副教授,从事热工测量等相关技术的研究,liwenjun@cjlu.edu.cn。