Dual Tree Complex Wavelet Image Denoising Based on Neighborhood Statistical Detection*

ZHANG Guoming[1], LI Shaoyi[1*], WAN Liyong[1,2]
(1.School of Information and Artificial Intelligence, Nanchang Institute of Science and Technology, Nanchang Jiangxi 330108, China;
2.Management Science and Engineering Research Center, Jiangxi Normal University, Nanchang Jiangxi 330022, China)

Abstract: In order to overcome the defects of existing filters in impulse noise removal performance and computational efficiency, a dual tree complex wavelet image denoising method based on neighborhood statistical detection is proposed. Noise detection is performed by using the statistical characteristics, i. e., intensity characteristic of noise, majority principle of neighboring pixels, and intensity deviation. By taking full advantage of the excellent characteristics of dual tree complex wavelet transform, the noisy image is denoised by adopting smooth differentiable threshold function and adaptive threshold in the dual-tree complex domain. Finally, the noisy pixels in noisy image are replaced with the corresponding pixels from the denoised image, so as to obtain the final denoised image. Experimental results show that the proposed method is superior to some newly proposed methods, showing better denoising performance and fast computational efficiency.

Key words: image denoising; dual tree complex wavelet transformation; EPI; neighborhood statistical detection
EEACC: 7230; 6410 **doi**: 10.3969/j.issn.1004-1699.2023.04.015

邻域统计检测的双树复小波图像去噪*

张国明[1], 李少义[1*], 万里勇[1,2]
(1.南昌工学院信息与人工智能学院, 江西 南昌 330108; 2.江西师范大学管理科学与工程研究中心, 江西 南昌 330022)

摘 要: 针对现有的脉冲噪声去除算法在去噪性能和计算效率上的缺陷, 提出了基于邻域统计检测的双树复小波图像去噪算法。根据噪声的灰度特征、邻域像素的多数原则以及灰度偏差等统计特性进行噪声检测, 充分利用双树复小波变换的优秀特性, 在双树复小波域中用光滑可导的阈值函数以及自适应阈值对噪声图像进行去噪处理, 最后用去噪图像中的像素, 替换噪声图像中对应的噪声像素以得到最终的去噪图像。实验数据证明, 所提出的方法优于部分最新提出的算法, 具有较好的去噪性能和快速的计算效率。

关键词: 图像去噪; 双树复小波变换; 边缘保持指数; 邻域统计检测
中图分类号: TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1004-1699(2023)04-0608-08

受硬件和环境条件的影响, 图像在成像和处理的过程中, 常常受到脉冲噪声的污染。脉冲噪声分为固定值脉冲噪声和随机值脉冲噪声。噪声严重影响图像的处理与分析。对于固定值脉冲噪声, 常用的方法为简单的中值滤波算法[1], 但是简单的中值滤波不区分噪声像素与非噪声像素, 会破坏非噪声像素的原始信息。于是, Jayaraj 等[2]提出了带噪声检测的开关中值滤波算法, 仅对噪声像素进行去噪处理, 保护了非噪声像素。文献[3]提出的基于聚类的模糊开关中值滤波器, 利用方向邻域中的梯度信息将邻域像素进行分组, 以对噪声像素进行灰度恢复。Varghese 等[4]提出的频率域的开关中值滤波算法, 用干净的频率中值对含噪的频率进行恢复, 但是用区域生长法检测噪声会降低检测的准确性。Suid 等[5]提出的非参开关中值滤波算法, 由非参的脉冲噪声检测器和递归的像素恢复组成。鉴于现有的去噪算法对脉冲噪声的检测存在不确定性, 特别是对于高密度噪声会产生较多的漏检和误检, Zhang 等[6]提出了一种基于证据推理和噪声预检测的自适应开关中值滤波算法, 其中提出了基于证据推理的多准则脉冲噪声检测方法。

图像或图像区域的性质不同, 或噪声密度的高低, 都会对算法的自适性和鲁棒性提出更高的要求。文献[7]提出的最小距离中值的自适应非线性滤

项目来源: 江西省科技厅重点研发计划项目(20192BBEL50031); 江西省教育厅科学技术研究项目(GJJ202502); 南昌工学院科技计划博士专项项目(NGKJ-22-01)
收稿日期: 2021-11-12 **修改日期**: 2022-06-28

波,根据邻域中非噪声像素的数量,自适应地选取最小距离中值对噪声像素进行恢复。Zhang 等[8]提出的递归自适应四点中值滤波算法,仅采用四邻域中的信号像素对噪声像素进行恢复,采用递归的中值滤波以提升去噪性能。对于高密度噪声,邻域中能够利用的有效信息本身已经很少,仅采用四邻域中的有效信息,会制约去噪性能的提高。Bania 等[9]提出了一种自适应的修剪中值滤波算法,有选择地采用邻域中的有效信息对噪声像素进行恢复。为了解决去噪邻域中无有效信息可利用的问题,Garg 等[10]提出了一种自适应的修剪中值滤波算法,当邻域不存在信号像素时,采用最近的已去噪处理的像素对噪声像素进行恢复。为了在去除噪声的同时较好地保持图像的边缘,Wang 等[11]提出用 Sobel 算子和 Oust 自适应阈值对去噪图像进行边缘增强。

加权中值以加权系数体现邻域像素与中心像素的相关性,相对于邻域中值,加权中值对噪声像素的恢复往往更有效和更准确。文献[12]提出的自适应加权中值滤波框架,用自适应邻域的加权中值对噪声像素进行恢复,但是其邻域像素的加权系数是固定的,难以适应不同的图像和图像区域。Khan 等[13]提出一种动态加权中值滤波算法,根据噪声检测的结果对加权系数进行动态分配,具有更好的自适应性和鲁棒性。Chen 等[14]提出一种自适应的顺序加权中值滤波算法,用正态分布 3σ 法则检测噪声,加权系数反比于空间距离。Garg 等[15]利用邻域的最小值和最大值计算出两组高度相关的无噪声像素,将其加权中值作为当前噪声像素的灰度估测值。但是其最大的去噪邻域设为 7×7,明显制约了对高密度噪声的去除性能。

一般地,作为线性滤波的均值滤波,对脉冲噪声的去除效果较差,但是改进的且带噪声检测的均值滤波往往具有较好的去噪性能。文献[16]提出的非局部自适应均值滤波算法,用自适应的邻域进行噪声检测,用非局部均值滤波器重构噪声像素的灰度值,取得了较好的去噪效果。Vasanth 等[17]提出的非对称修剪修正几何平均算法,根据噪声的灰度特征检测噪声,用自适应的决策以及非对称修剪修正几何平均值对噪声像素进行灰度估测。但是其仅根据噪声的灰度特征检测噪声,对图像的黑白区域会产生较高的误检率。文献[18]提出的迭代加权均值滤波算法,对噪声像素进行迭代的加权均值滤波,以避免产生条纹效应和伪影。

噪声去除与边缘细节的保持和恢复,始终难以两全,虽然部分现有算法对边缘细节的保持作出了努力,但是效果差强人意。为此,提出了基于邻域统计检测的双树复小波去噪算法,根据噪声在灰度和分布上的特征,用灰度最小值和最大值以及邻域统计方法进行噪声检测,在双树复小波域中用光滑可导的阈值函数和自适应阈值对噪声像素进行恢复。

1　邻域统计的噪声检测

8 位图像的固定值脉冲噪声的数学模型为[14]

$$f(x)=\begin{cases}0 & \text{概率为 } d\\ 255 & \text{概率为 } d\\ o & \text{概率为 } 1-2d\end{cases} \tag{1}$$

式中:$f(x)$ 为像素 x 的灰度值,噪声的灰度值以相等的概率 d 取 0 和 255,o 为无噪像素的灰度值,$o\in[0,255]$。

根据固定值脉冲噪声模型中噪声的灰度特征,由灰度是否取最小值或最大值进行噪声检测,所有的噪声都可以检测出来。但是根据原始图像的灰度范围 $o\in[0,255]$ 可知,原始图像的部分像素也有可能取最小灰度值或最大灰度值,这就使得仅根据灰度最小值和最大值的噪声检测产生较高的误检率,这是大部分现有算法难以避免的问题。

一般地,对于无噪的原始图像,每个像素与其邻域中的其他像素具有高度相关性,在灰度上具有高度相似性。而对于含脉冲噪声的图像,一个噪声像素与其邻域像素不具有相关性,其灰度差异较大。另外有一点值得注意:对于原始图像中的白色区域,其所有像素的灰度为 255 或接近 255,对其进行污染的脉冲噪声,会变成单极噪声(灰度为 255 的噪声被同化了,只有灰度为 0 的噪声);对于原始图像中的黑色区域,原理类似。

于是,根据脉冲噪声的数学模型以及以上分析,我们提出了一种基于邻域统计的噪声检测方法,方法步骤如下。

①将灰度取最小值和最大值的像素识别为候选噪声。

②对于每一候选噪声,如果其灰度值为 255 且 3×3 邻域中的像素全为 255,或者其灰度值为 0 且 3×3 邻域中的像素全为 0,将其识别为非噪声,否则转③。

③对于每一候选噪声,当其 5×5 邻域内存在非最小且非最大值的像素,且对于所有非最小且非最大值像素的均值 μ 和标准差 σ,如果 $|$候选噪声$-\mu|\leqslant\sigma$,将候选噪声识别为非噪声,否则识别为噪声;当其 5×5 邻域内不存在非最小且非最大值的像素,转④作进一步的噪声检测。

④如果候选噪声灰度值为 255,且 5×5 邻域中灰度值为 255 的像素个数超过一半,或者其灰度值为 0 且 5×5 邻域中灰度值为 0 的像素个数超过一半,将其识别为非噪声。

⑤其余候选噪声确定为噪声。

步骤①根据脉冲噪声的灰度一定为最小值和最大值,可以将所有的脉冲噪声检测出来,但是其中也将部分灰度取最小值和最大值的无噪像素检测为噪声,步骤②~④就是要将其中误检的像素重新识别为无噪。如果误检的是区域内的像素,步骤②~④可以逐条件地将误检的像素释放,如果是边缘像素,步骤③失效,但是步骤②和④依然可以将边缘像素识别为无噪。

2 双树复小波阈值去噪

小波变换对图像处理具有多分辨率分析和时频局部化分析的优点,但是同时具有固有的缺陷:平移敏感性、缺少方向选择性和频率振荡。小波包变换对小波变换进行改进,将图像高频分量和低频分量都分别进行分解,比小波变换对频率的划分更加精细和全面,更能体现出图像信号的全频率特点,特征向量能够自适应选择频带,具有时频局部化特点,特征与频谱对应,从而提高图像信号的时频分辨率。但是其依然没有解决小波变换所面临的问题。而双树复小波变换除了具有小波变换的优点,还具有平移不变性、多方向选择性和完全重构等优点。因此,本文采用双树复小波阈值去噪方法对噪声像素进行恢复。

2.1 双树复小波变换

复小波定义为

$$\psi_c(t)=\psi_r(t)+\mathrm{j}\psi_i(t) \tag{2}$$

式中:$\psi_r(t)$ 和 $\psi_i(t)$ 分别为偶数值的实部和奇数值的虚部。

双树复小波用两路并行的小波变换,一路给出了变换的实部,另一路给出了变换的虚部。两路小波变换分别使用不同的滤波器组,如图 1 所示,每一组都满足完全重构的条件。图 1 中,$f_0(n)$ 和 $f_1(n)$ 表示实部小波变换的共轭正交滤波器对,$F_0(n)$ 和 $F_1(n)$ 表示虚部小波变换的共轭积分滤波器对,↓2 表示隔点采样。分别与 $f_0(n)$ 和 $f_1(n)$ 对应的实数值尺度函数 $\varphi_f(t)$ 和小波函数 $\psi_f(t)$ 定义为:

$$\varphi_f(t)=\sqrt{2}\sum_n f_0(n)\varphi_f(2t-n) \tag{3}$$

$$\psi_f(t)=\sqrt{2}\sum_n f_1(n)\varphi_f(2t-n) \tag{4}$$

分别与 $F_0(n)$ 和 $F_1(n)$ 对应的虚数值尺度函数 $\varphi_F(t)$ 和小波函数 $\psi_F(t)$ 定义为

$$\varphi_F(t)=\sqrt{2}\sum_n F_0(n)\varphi_F(2t-n) \tag{5}$$

$$\psi_F(t)=\sqrt{2}\sum_n F_1(n)\varphi_F(2t-n) \tag{6}$$

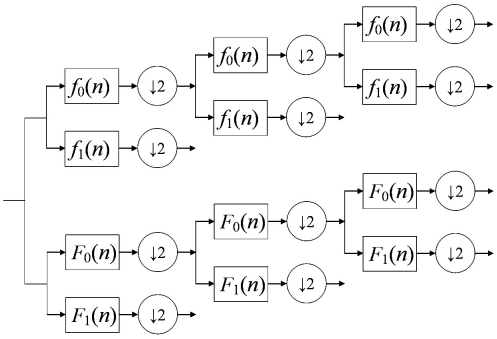


图 1 双树复小波变换的滤波器组

双树复小波变换优越性能的发挥,在一定程度上决定于实部和虚部对应的小波。其所采用的小波必须同时满足紧支撑、完全重构和解析性,但是它们之间存在顾此失彼的矛盾,因此双树复小波变换的小波设计转化为滤波器的设计。双树复小波变换要求对图像进行互补的采样,从而避免了离散实小波二元抽样后的信息丢失问题,因此实部和虚部的小波不能采用离散实小波变换的滤波器,本文采用文献[19]提出的 Q-Shift 滤波器。

由两路并行的小波变换实现的双树复小波变换满足完全重构条件,继承了小波变换的时频局部化分析、多分辨率分析等优良特性,同时克服了小波变换的缺陷,具有平移不变性和多方向选择性(±15°,±45°,±75°),能更有效地对图像进行稀疏表示,避免频率振荡现象,突出显示图像的特征和细节纹理结构。

2.2 阈值去噪模型

阈值用于将无噪的小波系数与噪声的小波系数区分开来,小于阈值的为噪声系数,大于阈值的为无噪的小波系数。小波阈值去噪就是将噪声系数归零去除,对无噪的小波系数保持不变,但是在阈值的附近,无噪的小波系数与归零的小波系数必须有一个过渡,这由阈值函数进行量化处理。阈值的自适应性和准确有效性至关重要,在一定程度上决定去噪的效果。常用的统一阈值为:

$$T=\sigma_n\sqrt{2\log(M\times N)} \tag{7}$$

式中:$M\times N$ 为图像的大小,σ_n 为图像系数的标准差,可用鲁棒中值估计方法进行估计[20]:

$$\sigma_n=\frac{\mathrm{median}(|C_1|)}{0.6475} \tag{8}$$

式中:C_1 为第一分解尺度的对角小波系数。

对于统一阈值,其明显的缺陷在于缺乏自适应性,噪声的小波系数会随分解尺度的增大而递减,用同样的阈值区分不同尺度的小波系数,会造成过扼杀现象。为了提高阈值的有效性和准确性,我们提出了自适应于分解尺度的自适应阈值,如式(9)所示,阈值随小波分解尺度的增大而递减。

$$T_i=\frac{\sigma_n\sqrt{2\log(MN)}}{\ln(1+i)} \tag{9}$$

式中:i 为分解尺度。

用于小波阈值去噪处理的常用阈值函数有硬阈值、软阈值以及半软阈值函数[21]。硬阈值函数在阈值处出现系数断层,去噪图像出现振荡伪影;软阈值函数整体降低了小波系数的幅值,去噪图像出现模糊效果;半软阈值函数是对硬、软阈值函数的改进,但是在阈值处的系数无平滑过渡性,去噪图像还是会出现部分振荡伪影。根据以上分析,我们提出了一种光滑可导的阈值函数,如式(10)所示。

$$\phi(c)=c-\frac{c}{(|c|-T)_+^2+1} \tag{10}$$

式中:c 为含噪的小波系数,Φ 为阈值去噪处理后的小波系数,运算$(x)_+$定义为

$$(x)_+=\begin{cases}0 & x<0\\ x & \text{其他}\end{cases} \tag{11}$$

式(10)的阈值函数一方面连续光滑,具有高阶可导性,另一方面,超过阈值的小波系数迅速逼近原小波系数。克服了现有阈值函数的缺陷,具有较高的鲁棒性。

对含噪图像用邻域统计的噪声检测方法将噪声像素检测出来,同时对含噪图像用双树复小波阈值进行去噪,接着对含噪图像中的噪声像素,用对应双树复小波去噪图像中的像素替换,而非噪声像素保持不变,从而得到最后的去噪图像。本文方法的整个流程如图 2 所示。

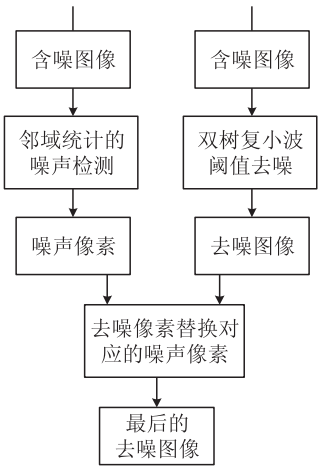
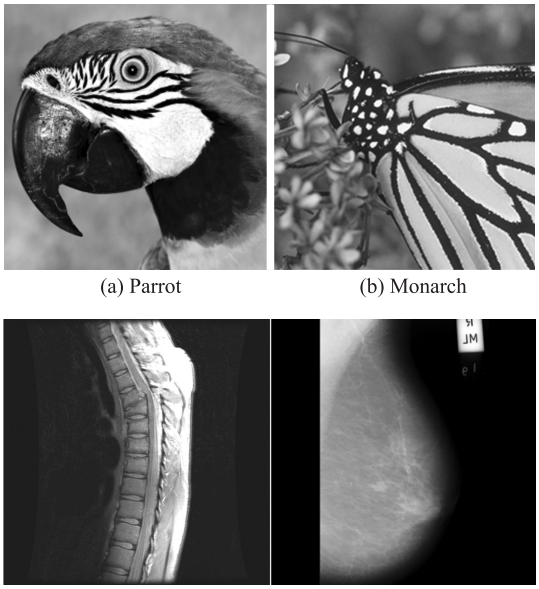


图 2　本文方法的流程图

3　实验分析

从数据集 Set12 随机选取部分图像以及部分医学图像作为实验图像,如图 3 所示。以峰值信噪比(PSNR)和边缘保持指数(EPI)以及计算效率作为度量指标,在操作系统为 Windows10、CPU 为 i5-10400F、内存为 8GB 的计算机进行实验。以最新发表的文献[6]、[10]、[15]和[18]中提出的方法作为参照,对比分析所提出方法的性能。



(a) Parrot　(b) Monarch

(c) Spine_mri　(d) Mammogram

图 3　实验图像

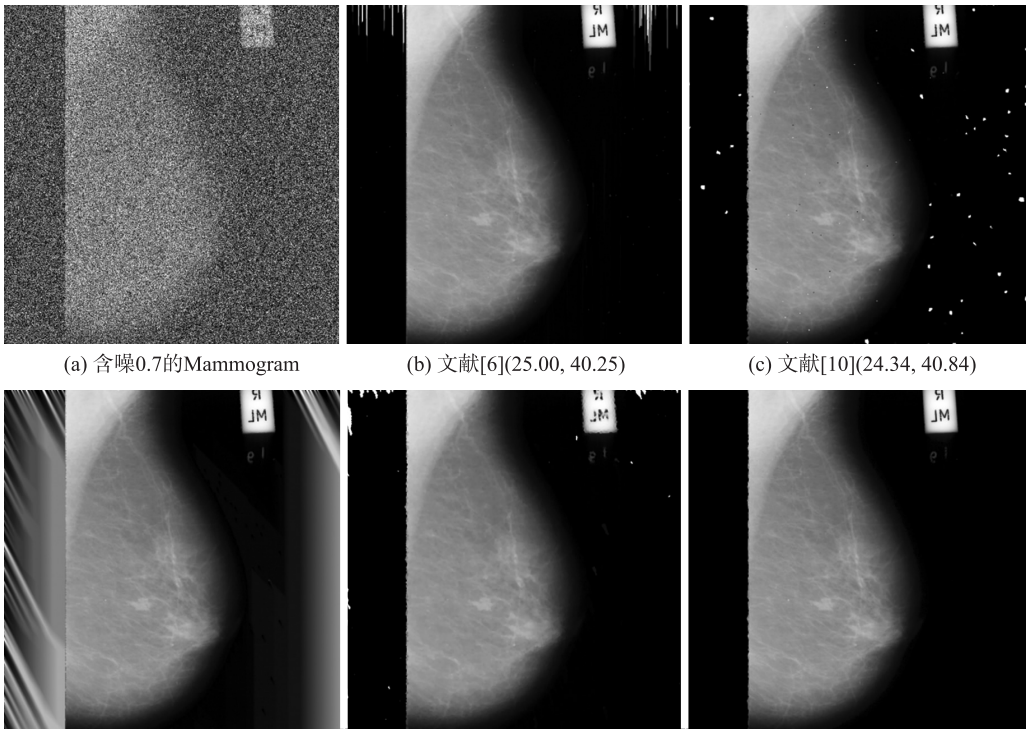
3.1　图像感知

图像的视觉效果往往决定着图像的应用价值,图像感知广泛应用于各行业,比如医疗、航空航海、军事等。以下根据图像的视觉感知比较各方法的去噪性能。

各方法对含噪密度为 0.7 的乳腺图像 mammogram 的去噪图像如图 4 所示。从图 4(a)可以看出,含噪密度为 0.7 的乳腺图像大部分的信息已经被破坏,只能看见大致的轮廓。文献[15]的方法虽然在一定程度上恢复了图像的目标,但是严重破坏了黑色的背景信息。文献[10]不能完全去除噪声,去噪图像有噪声斑块。文献[6]和[18]取得了有效的去除效果,特别是文献[6]的方法,其对直线边缘的保持和恢复非常好,但是图像背景中引入了部分线条伪影。相对地,本文方法更加有效地恢复了图像,图像目标的纹理和细节都保持得较好。另外,各图像对应的 PSNR 和 EPI 值与从视觉效果得出的结论基本上吻合。

各方法对含噪密度为 0.8 的图像 monarch 的去

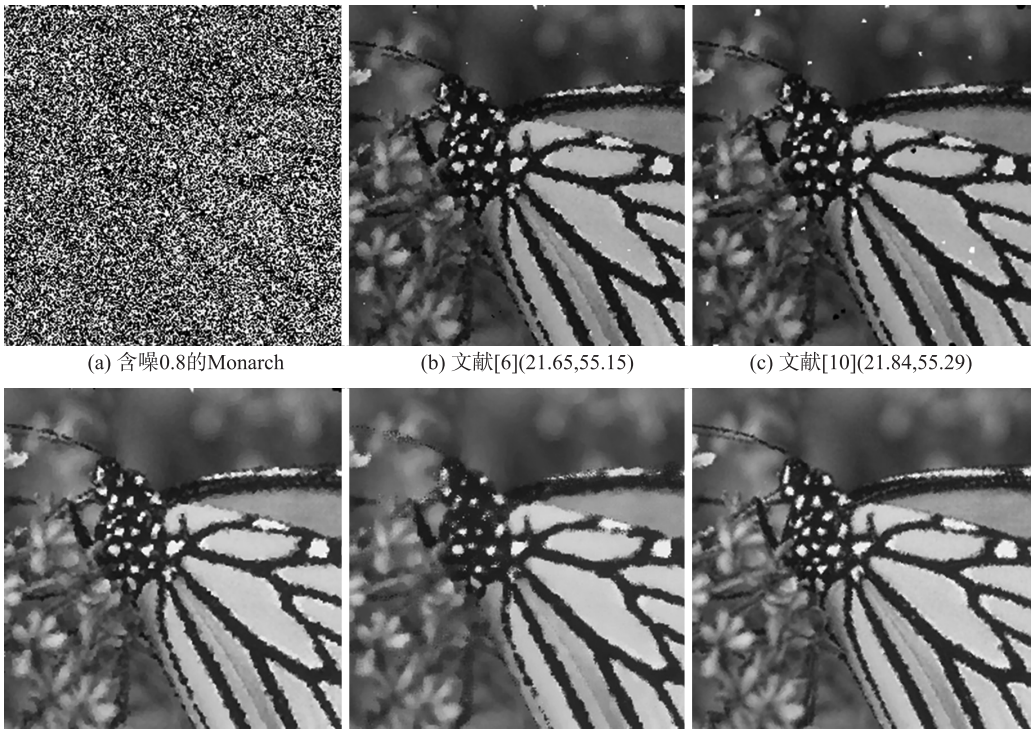
噪图像如图 5 所示。在 80%的图像信息已被破坏的情况下,各方法都能在不同程度上对图像进行了恢复。但是,文献[10]的方法去噪不彻底,去噪图像依然有噪声斑块。同样地,文献[6]的去噪图像中还可以看见少量的噪声点。文献[18]图像的模糊效果较明显。相对地,文献[15]和本文方法的去噪效果较好,去噪图像较清晰,纹理边缘和细节都恢复得很好。另外,各图像对应的 PSNR 和 EPI 值基本上支持了以上结论,本文方法得出的 PSNR 和 EPI 值优于所有的算法。



(a) 含噪0.7的Mammogram (b) 文献[6](25.00, 40.25) (c) 文献[10](24.34, 40.84)

(d) 文献[15](22.48, 40.89) (e) 文献[18] (24.92, 37.77) (f) 本文方法 (28.99, 43.05)

图 4 对含噪密度 0.7 的图像 mammogram 的去噪图像



(a) 含噪0.8的Monarch (b) 文献[6](21.65,55.15) (c) 文献[10](21.84,55.29)

(d) 文献[15](22.45,56.00) (e) 文献[18](21.38,51.75) (f) 本文文献(23.66,60.18)

图 5 对含噪密度 0.8 的图像 monarch 的去噪图像

3.2　图像的量化指标

为了更准确地度量算法的去噪性能,将各算法用于含各种密度脉冲噪声的图像 parrot 和 spine_mri,计算每一张去噪图像的 PSNR 和 EPI 值,将其以图像曲线的形式显示于图 6 和图 7。

根据图 6 中对 parrot 的去噪结果可以看出,随着噪声密度的增大,所有方法的去噪效果一致走低。文献[8]对于低、中密度的噪声,去噪性能较差,与其他方法有一定的差距,而对于高密度噪声,其去噪性能处于中等。文献[6]、[10]和[15]对于低、中密度噪声的去噪效果相差不大,但是对于高密度噪声,文献[10]骤然走低,而文献[6]和[15]处于中等水平。相对地,对于各种噪声密度,本文方法均优于其他方法,其 PSNR 和 EPI 曲线与其他方法的曲线始终保持着一定的差距。

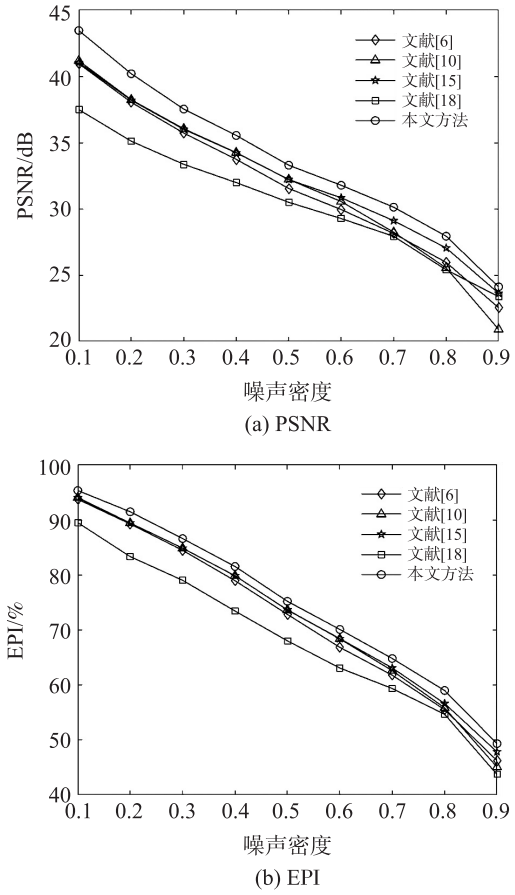


图 6　对不同含噪密度图像 parrot 去噪的 PSNR 和 EPI

图 7 显示了各算法对磁共振图像 spine_mri 的去噪结果。根据曲线的离散程度可以看出,各算法的去噪效果差异较大。对于低、中密度噪声,文献[18]的去噪效果较差,其次是文献[15]和文献[6],而对于高密度噪声,文献[10]和文献[6]的去噪性能走低。本文方法的 PSNR 和 EPI 值始终高于其他方法,一方面因为邻域统计检测的噪声检测方法能够更准确地将噪声像素检测出来,提高了去噪的准确性;另一方面基于光滑可导阈值函数与自适应阈值的双树复小波去噪,能够对噪声像素的灰度进行更加有效而准确的恢复。

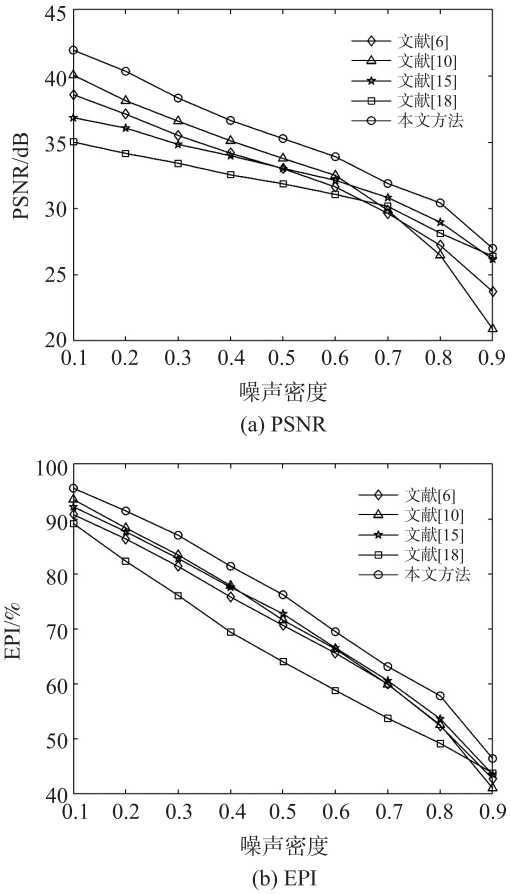


图 7　对不同含噪密度图像 spine_mri 去噪的 PSNR 和 EPI

3.3　执行效率

算法的执行速度往往决定其应用价值和适用范围,实时的计算速度是各种应用亟需的。各算法分别对各种噪声密度的大小为 512×512 的磁共振图像 spine_mri 进行去噪处理,所需的计算时间如表 1 所示。一般地,相对于低密度噪声,高密度噪声因为算法需要处理的像素较多而需要更多的计算时间。文献[18]的计算速度较慢,因为其用了迭代的计算方法,耗时较多。文献[6]的方法用了论证推理,所以其计算速度稍慢。文献[10]、[15]的方法与本文方法的计算速度都较快。本文方法高计算效率的原因在于其去噪处理是一步到位的批量处理,而非像素的单独处理,而耗时主要集中于噪声检测,总体上其计算效率还是优于其他方法。

表 1 对不同含噪密度图像 spine_mr 去噪的计算时间

单位:s

噪声密度	文献[6]	文献[10]	文献[15]	文献[18]	本文方法
0.1	1.17	1.67	3.23	2.43	1.84
0.2	2.28	2.31	3.85	3.14	2.23
0.3	3.16	3.06	4.13	4.85	2.97
0.4	4.21	4.01	4.54	6.19	3.19
0.5	5.34	4.93	4.97	8.21	3.59
0.6	6.32	5.62	5.44	10.5	4.28
0.7	7.42	6.10	5.97	12.7	4.57
0.8	8.62	6.43	6.34	14.3	4.86
0.9	9.97	6.65	6.78	15.4	5.32

4 结论

提出了基于邻域统计检测的双树复小波图像去噪算法,利用脉冲噪声与非噪声像素在灰度和分布上的不同特征,用邻域统计的方法进行噪声检测;另外,充分利用双树复小波变换的优秀特性,在双树复小波域用光滑可导的阈值函数和自适应阈值对噪声像素进行恢复。实验证明了所提出方法相对于现有方法具有更好的去噪性能和计算效率,对不同的图像与不同的噪声密度组合,均取得较好的去噪效果。本文方法对固定值的脉冲噪声具有良好的去除效果,对方法作进一步的改进,将其应用于随机值的脉冲噪声,是下一步的研究工作。

参考文献:

[1] Muhammad S, Zalhan M, Norazlin I. Enhanced Median Filter for Low Density Salt and Pepper Noise Removal in Lead Frame Image [J]. International Journal of Applied Engineering Research, 2017, 12(24): 14638-14644.

[2] Jayaraj V, Ebenezer D. A New Switching-Based Median Filtering Scheme and Algorithm for Removal of High-Density Salt and Pepper Noise in Images[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2009, 2010(1): 690218.

[3] Ayyaz H, Muhammad H. A New Cluster Based Adaptive Fuzzy Switching Median Filter for Impulse Noise Removal [J]. Multimedia Tools & Applications, 2017, 76(21): 22001-22018.

[4] Varghese J. Frequency-Domain-Based Switching Median Filter for the Restoration of Images Corrupted with High-Density Periodic Noise[J]. Scientia Iranica, 2017, 24(3): 1312-1324.

[5] Suid M, Ahmad M, Hanif I, et al. Universal Impulse Noise Suppression Using Extended Efficient Nonparametric Switching Median Filter[J]. MATEC Web of Conferences, 2018, 214(4): 01003.

[6] Zhang Z, Han D, Dezert J, et al. A New Adaptive Switching Median Filter for Impulse Noise Reduction with Pre-Detection Based on Evidential Reasoning[J]. Signal Processing, 2018, 147(2018): 173-189.

[7] Varatharajan R, Vasanth K. An Adaptive Nonlinear Filter Based on Median of Minimum Distance for Salt and Pepper Noise Removal in Mammogram Images [J]. Current Signal Transduction Therapy, 2018, 12(2): 124-131.

[8] Zhang X, Kang Q, Cheng J, et al. Adaptive Four-Dot Median Filter for Removing 1%-99% Densities of Salt-and-Pepper Noise in Images[J]. Journal of Information Technology Research, 2018, 11(3): 47-61.

[9] Bania R, Halder A. Adaptive Trimmed Median Filter for Impulse Noise Detection and Removal with an Application to Mammogram Images[J]. International Journal of Image & Graphics, 2020, 20(4): 2050032.

[10] Garg B. Restoration of Highly Salt-and-Pepper-Noise-Corrupted Images Using Novel Adaptive Trimmed Median Filter[J]. Signal, Image and Video Processing, 2020, 14(8): 1555-1563.

[11] Wang M, Zhang B J, Zhang C P, et al. An Edge Detection Algorithm Based on Fuzzy Adaptive Median Filtering and Bilateral Filtering[C]//CSPS 2020: 9th International Conference on Communications, Signal Processing, and Systems, Changbaishan, China, 2020: 1196-1204.

[12] Faragallah O, Ibrahem H. Adaptive Switching Weighted Median Filter Framework for Suppressing Salt-and-Pepper Noise[J]. AEU-International Journal of Electronics And Communications, 2016, 70(8): 1034-1040.

[13] Khan S, Lee D. An Adaptive Dynamically Weighted Median Filter for Impulse Noise Removal[J]. EURASIP Journal on Advances In Signal Processing, 2017, 2017(1): 67.

[14] Chen J, Zhan Y, Cao H. Adaptive Sequentially Weighted Median Filter for Image Highly Corrupted by Impulse Noise[J]. IEEE Access, 2019, 7: 158545-158556.

[15] Garg B. An Adaptive Minimum-Maximum Value-Based Weighted Median Filter for Removing High Density Salt and Pepper Noise in Medical Images [J]. International Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing, 2020, 35(2): 84-95.

[16] Zhang H W, Zhu Y, Zheng H Y. NAMF: A Nonlocal Adaptive Mean Filter for Removal of Salt-and-Pepper Noise [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021: 4127679.

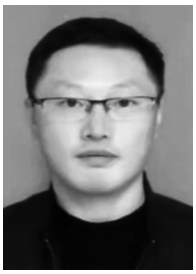
[17] Vasanth K, Ravi C, Nagaraj S. A Decision Based Asymmetrically Trimmed Modified Geometric Mean Algorithm for the Removal of High Density Salt and Pepper Noise in Images and Videos[C]// 4th International Conference on Smart Computing and Informatics (SCI 2020), Hyderabad, India, 2020: 147-154.

[18] Chen F Y, Huang M H, Ma Z X. An Iterative Weighted-Mean Filter for Removal of High-Density Salt-and-Pepper Noise [J]. Symmetry, 2020, 12(12): 1990.

[19] Zhang X, Morihara H. Design of q-Shift Filters with Flat Group Delay[C]//2012 IEEE International Symposium On Circuits And Systems(ISCAS 2012) Seoul, South Korea, 2012, 2337-2340.

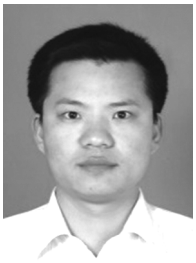
[20] Ho J, Hwang W. Wavelet Bayesian Network Image Denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(4): 1277-1290.

[21] Gao H Y. Wavelet Shrinkage Denoising Using the Non-Negative Garrote[J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 1998, 7(4): 469-488.



张国明(1979—),男,浙江衢州人,硕士,副教授,研究方向为计算机图形学与电子信息工程,42311997@qq.com;

李少义(1982—),通讯作者,男,江西上饶人,硕士,教授,研究方向为计算机图形学与信息处理,10968369@qq.com;



万里勇(1976—),男,江西东乡人,博士,教授,主要从事图像处理、移动边缘计算和智能信息处理方面的研究,wanliyong@163.com。