A Novel Compressed Sampling Method of ECG Signal Based on Random Demodulator*

LIU Jizhong, YAN Xu*

(*Nanchang Key Laboratory of Medical and Technology Research, Nanchang University, Nanchang Jiangxi* 330031, *China*)

Abstract: Aiming at the problem of large amount of sampled data and high power consumption in real-time ECG signal monitoring of wearable devices, a compressed sampling method of ECG signals based on random demodulator is proposed ECG signals based on random demodulator is proposed. Considering the compression ratio and the ECG signal reconstruction accuracy, the effects of sampling phase, filter parameters, single sampling time of random demodulator and sparsity parameters on ECG signal reconstruction are studied, and the optimal results based on different reconstruction algorithms such as OMP, GOMP, SAMP, StOMP, ROMP, CoSaMP and SP are analyzed. Finally, the compressed sampling of ECG signal with sub-Nyquist is realized. The simulation based on MIT-BIH database show that the proposed compressed sampling method with random demodulator can collect the ECG signal at sub-Nyquist frequency, and obtain the similar sampling effect at Nyquist sampling frequency algorithm. It has significant advantages in use for wearable health monitoring devices.

Key words: electrocardiograph signal; random demodulator; compressed sampling; sampling phase; reconstruction algorithm

EEACC: 7230 **doi**: 10.3969/j.issn.1004-1699.2021.02.011

一种基于随机解调结构的心电信号压缩采样方法*

刘继忠*, 严 旭

(南昌大学南昌市医工结合技术研究重点实验室, 江西 南昌 330031)

摘 要: 针对可穿戴装备实时监测心电信号中的大数据量、高功耗问题, 提出了一种随机解调结构压缩采样心电信号方法。从压缩率和重构精度角度, 分析了随机解调结构的采样相位、滤波器模块参数、单次采样时间及稀疏度阈值对心电信号重构的影响, 完成了基于正交匹配追踪(OMP)、广义正交匹配追踪(GOMP)、稀疏度自适应匹配追踪(SAMP)、分段正交匹配追踪(StOMP)、正则化正交匹配追踪(ROMP)、压缩采样匹配追踪(CoSaMP)、子空间追踪(SP)等不同重构算法的最优结果分析, 实现了心电信号的亚奈奎斯特频率采样。基于 MIT-BIH 数据库的仿真实验结果表明: 提出的随机解调结构压缩采样方法, 可以以亚奈奎斯特频率采样心电信号, 通过重构算法达到奈奎斯特频率采样的效果, 在可穿戴健康监护装备领域具有显著的低功耗低数据量应用优势。

关键词: 心电信号; 随机解调; 压缩采样; 采样相位; 重构算法

中图分类号: TN911 **文献标识码**: A **文章编号**: 1004-1699(2021)02-0211-07

可穿戴式心电监护系统的采样过程主要依据香农采样定理[1], 该定理会导致采集的数字信号包含有效信息和冗余信息, 可经过压缩去除无效信息, 以方便后续存储、传输等过程。若能将采样和压缩融于一体, 不仅可以避免后续数据压缩处理, 而且可以降低信号采样频率。近年来 Donoho[2]、Candès[3]和 Tao 共同提出压缩感知理论(Compressing Sensing, CS), 该理论将采样和压缩融合, 是面向信号稀疏域采样的非均匀采样理论。然而, CS 理论还主要停留在处理数字信号上, 需以奈奎斯特频率采样模拟信

项目来源: 国家自然科学基金项目(61863027); 江西省重点研发计划项目(20202BBGL73057, 20202BBE53025); 江西省自然科学基金项目(20171BAB201013); 南昌市医工结合技术研究重点实验室项目(2018-NCZDSY-002)

收稿日期: 2020-09-15 **修改日期**: 2020-12-22

号再以 CS 理论压缩,并未体现降频采样的应用优势。因此,模拟信息转换器[4](Analog-to-Information Convertor,AIC)以 CS 理论为基础,以物理结构实现 CS 的压缩采样过程,达到亚奈奎斯特频率采样信号的目的。目前,AIC 主要可通过随机采样器[5](Random Sampling,RS)、随机滤波器[6](Random Filter,RF)、随机解调器[7](Random Demodulator,RD)以及调制带宽转换器[8](Modulated Wideband Converter,MWC)四种方法实现。其中,随机采样器缺乏充足的理论支撑,随机滤波器中硬件结构复杂,而调制带宽转换器由多条随机解调器采样支路组成。

同时,由于人体心电信号频率范围为 0.05 Hz~100.00 Hz,监护分析时采样频率多用 400 Hz~500 Hz,若能降低人体心电监护设备的采样频率,可降低设备的采样功耗、数据存储功耗和数据传输功耗,有利于监护设备的续航能力[9-10]。因此,文中针对健康监护中的心电信号,基于团队前期基础[11-12],并考虑到可穿戴设备的低功耗性和便携性,提出了一种基于随机解调器结构的心电信号压缩采样方法,达到低数据量和高重构精度的要求。

1 基于随机解调器结构的压缩采样构建

1.1 CS 采样理论

1.1.1 信号稀疏表示

CS 理论可直接对数字信号的压缩采样,但要求信号本身稀疏或在变换域稀疏,对于数字信号 $\boldsymbol{x}\in R^{N\times1}$ 投影到正交基 $\boldsymbol{\Psi}\in R^{N\times N}$ 得到变换系数向量 $\boldsymbol{s}\in R^{N\times1}$,如式(1),若对于 $0<P<2$ 和 $R>0$,系数 $\boldsymbol{s}$ 满足式(2),可认为 $\boldsymbol{x}$ 在变换域是稀疏的。

$$\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\Psi}^{\mathrm{T}}\times\boldsymbol{x} \tag{1}$$

$$\|\boldsymbol{s}\|_P=\left(\sum_i|s_i|^P\right)^{\frac{1}{P}}\leqslant R \tag{2}$$

式中:$\boldsymbol{x}$ 为心电信号,定义 $\boldsymbol{\Psi}$ 为稀疏矩阵,$\boldsymbol{s}$ 为心电信号稀疏表示。且定义投影稀疏度 $\boldsymbol{K}$ 如下:对于向量 $\boldsymbol{s}\in R^{N\times1}$,$\boldsymbol{s}$ 中仅有 K 个元素大于阈值 γ,$\gamma\to0^+$,则 K 为信号 $\boldsymbol{x}$ 投影到矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 上的稀疏度,其余 $N-K$ 个元素小于阈值 γ 接近于零。

1.1.2 观测矩阵采样

CS 理论中,N 维数字信号经过观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$($\boldsymbol{\Phi}\in R^{M\times N}$,$M\ll N$)可以降维到 M 维,得到测量值 y,如式(3)、M 值的确定如式(4)。由式(1)、式(3)可得式(5),实现信号 x 的压缩采样。

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi}\times\boldsymbol{x} \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{y}$ 为测量值向量,$\boldsymbol{y}\in R^{M\times1}$。

$$M\geqslant K\times\log(N/K) \tag{4}$$

式中:K 为稀疏度。

$$\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi}\times\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\Phi}\times\boldsymbol{\Psi}\times\boldsymbol{s}=\boldsymbol{\theta}\times\boldsymbol{s} \tag{5}$$

式中:$\boldsymbol{\theta}$ 为感知矩阵,将信号稀疏投影并在稀疏域上完成压缩采样,$\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\Phi}\times\boldsymbol{\Psi}$,$\boldsymbol{\theta}\in R^{M\times N}$。

在 $M\ll N$ 的情况下,观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 同时完成信号的采样和压缩,将信号从 N 维压缩到 M 维,去除冗余信息且保留原 N 维信号的有效内容,以确保在重构阶段可以完整恢复出 N 维信号。后经 Candès、Tao 等人[13]证明矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 须满足约束等距特性(*Restricted Isometry Property*,*RIP*)才能在重构阶段高概率近乎完整恢复出原始信号。*RIP* 准则如式(6):

$$(1-\zeta S)\|\boldsymbol{x}\|_{\ell_2}^2\leqslant\|\boldsymbol{\Phi x}\|_{\ell_2}^2\leqslant(1+\zeta S)\|\boldsymbol{x}\|_{\ell_2}^2 \tag{6}$$

式中:ζS 为有限等距常数(Restricted Isometry Constant,RIC),要求 $0\leqslant\zeta S\leqslant1$。由于 RIP 准则中 ζS 较难计算验证,后 Donnoho 证明观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 满足 RIP 特性等价于观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 与稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 不相关,两矩阵相关性数学定义如式(7):

$$u(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Psi})=\sqrt{N}\max_{1\leqslant j,k\leqslant N}|\langle\boldsymbol{\varphi}_j,\boldsymbol{\psi}_k\rangle| \tag{7}$$

$1\leqslant u(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Psi})\leqslant\sqrt{N}$,当 $u(\boldsymbol{\Phi},\boldsymbol{\Psi})\to1$ 时,观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 和稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$ 相关性越小,矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 以更高的概率满足 RIP 准则。

1.1.3 信号重构

在重构阶段,以观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$、稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$ 和测量值 $\boldsymbol{y}$ 作为先验条件,通过重构算法从 M 维测量值 $\boldsymbol{y}$ 恢复 N 维稀疏近似 $\hat{\boldsymbol{S}}$,进而得到重构信号 $\hat{\boldsymbol{x}}$。重构过程是式(5)的逆向求解过程,由于 $M\ll N$,可知求解方程为欠定方程,有无穷多解。但稀疏表示 $\boldsymbol{s}$ 为 K-稀疏的,方程(5)的逆向求解过程可转换为 ℓ_0 最小化问题,如式(8),与上节中信号稀疏投影相对应,稀疏度 K 越小,求解 ℓ_0 范数问题的逆向重构稀疏近似 $\hat{s}$ 越准确。

$$\min\|\boldsymbol{s}\|_{\ell_0}\quad\text{s.t. }\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Phi\Psi s} \tag{8}$$

由于 ℓ_0 问题求解向量中非零元素的个数,属于 NP-Hard 问题,Donoho 将求解过程放大到 ℓ_1 最小化问题,将重构过程转化为凸优化过程,如式(9),主要以正交匹配追踪算法(Orthogonal Matching Pursuit,OMP)为代表。

$$\min\|\boldsymbol{s}\|_{\ell_1}\quad\text{s.t. }\boldsymbol{y}=\boldsymbol{\Psi\Phi s} \tag{9}$$

1.2 随机解调采样结构

1.2.1 随机解调采样理论

随机解调采样结构为 CS 理论的物理实现,通过硬件实现观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的压缩采样功能。在该结构中,信号 $x(t)$ 需与伪随机序列 $p(t)$ 相乘混频,要求

$p(t)$中±1 元素分布随机,且跳变频率不低于 $x(t)$的奈奎斯特频率。混频信号经过低通滤波器后,ADC 以亚奈奎斯特频率采样得到测量值向量 $y(m)$,在重构阶段以 $y(m)$、对应硬件功能的观测矩阵、稀疏矩阵和重构算法恢复信号。结构整体如图 1。

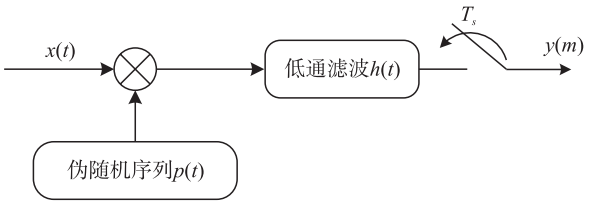


图 1　随机解调采样结构

假设信号 $x(t)$与伪随机序列信号 $p(t)$混频后信号为 $y_1(t)$,如式(10)。低通滤波器的单位脉冲响应为 $h(t)$,混频信号低通滤波相当于 $y_1(t)$与单位脉冲响应 $h(t)$卷积,设滤波后信号为 $y_2(t)$,滤波(卷积)过程如式(11):

$$y_1(t)=x(t)\times p(t) \tag{10}$$

$$y_2(t)=y_1(t)*h(t)=[x(t)\times p(t)]*h(t)=\int_0^t x(\tau)p(\tau)h(t-\tau)d\tau \tag{11}$$

滤波后,对 $y_2(t)$均匀采样,采样间隔为 T_S,得到测量值向量 $y(m)$如式(12)、式(13),且 $m\in[1,M]$。

$$y(m)=\int_0^t x(\tau)p(\tau)h(t-\tau)d\tau\,|\,t=mT_S \tag{12}$$

$$y(m)=\int_0^{m\cdot Ts} x(\tau)p(\tau)h(mT_S-\tau)d\tau \tag{13}$$

假设信号 $x(t)$以奈奎斯特频率采样得到 $x(n)$,长度为 N,$x(t)$在稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}$下可线性分解如式(14):

$$x(t)=\sum_{n=1}^{N} S_n\times\boldsymbol{\Psi}_n(t) \tag{14}$$

结合式(13)、式(14)有式(15):

$$y(m)=\sum_{n=1}^{N} S_n\int_0^{mT_S}\boldsymbol{\Psi}_n(\tau)p(\tau)h(mT_S-\tau)d\tau \tag{15}$$

提取积分内容表达成式(16),结合式(15)、(16)得式(17):

$$\theta_{m,n}=\int_0^{mT_S}\boldsymbol{\Psi}_n(\tau)p(\tau)h(mT_S-\tau)d\tau \tag{16}$$

$$y(m)=\sum_{n=1}^{N} S_n\theta_{m,n} \tag{17}$$

得到与式(5)一致的数学表示。由式(14)、式(17)可知随机解调结构基于 CS 理论,其先验条件与 CS 一致,要求信号稀疏或在变换域下可稀疏,S_n为 $x(t)$在 $\boldsymbol{\Psi}_n(t)$下的稀疏表示。$\boldsymbol{\theta}=[\theta_{m,n}]M\times N$起感知矩阵作用,$\boldsymbol{\theta}$由稀疏基 $\boldsymbol{\Psi}_n(t)$、伪随机序列 $p(t)$和滤波器单位脉冲响应 $h(t)$共同构成。

1.2.2　随机解调器矩阵

CS 理论在重构阶段需以观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$、稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$和测量值 $\boldsymbol{y}$ 为已知条件,依靠重构算法恢复 $\hat{\boldsymbol{x}}$。在上述采样结构中,信号与伪随机序列在时域混频、滤波截取低频成分、低频采样得到 $y(m)$,重构阶段需依式(15)、式(16)和式(17)以 $p(t)$、$h(t)$应构建观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$,但式(16)中计算过程包含大量复杂积分计算,可将 $p(t)$、$h(t)$离散化得到伪随机矩阵 $\boldsymbol{P}$、单位脉冲响应矩阵 $\boldsymbol{H}$,构建观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}=\boldsymbol{H}\times\boldsymbol{P}$。

①假设伪随机序列 $p(t)$离散化后元素分布顺序为 $P(1)$、$P(2)$、…、$P(N)$,$p(t)$与信号 $x(t)$以乘法器混频,依相乘过程构建对角矩阵 $\boldsymbol{P}$ 如式(18):

$$\boldsymbol{P}_{N\times N}=\begin{bmatrix} p(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p(2) & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p(N) \end{bmatrix} \tag{18}$$

②经双线性变换法将模拟滤波器离散化得到相应数字滤波器的单位脉冲响应向量 $h(n)$,离散化频率需与伪随机序列 $p(t)$离散频率一致,假设 $h(n)$中元素顺序为 $h(1)$、$h(2)$、…、$h(N)$,依卷积过程可构建单位脉冲响应矩阵 $\boldsymbol{H}$ 如式(19):

$$\boldsymbol{H}_{M\times N}=\begin{bmatrix} h(c) & \cdot & h(1) & 0 & 0 & 0 \\ h(2c) & \cdot & \cdot & h(1) & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & h(1) & 0 \\ h(Mc) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & h(1) \end{bmatrix} \tag{19}$$

定义 $c=N/M$ 为压缩比,矩阵第 k 行元素为 $h(1)$、$h(2)$、…、$h(kc)$倒序排列,余下元素依次补零,$k\in[1,M]$。测量值向量 $y(m)$长度为 M,由于 $M\ll N$,随机解调结构实现对信号 $x(t)$的压缩采样。

③$x(t)$在时域与伪随机序列 $p(t)$相乘,起到频域卷积、混淆 $x(t)$频谱的效果,以滤波器截取混频信号 $y_1(t)$的低频成分,然后 ADC 以亚奈奎斯特频率均匀采样。采样过程以信号频域稀疏为前提,即稀疏矩阵 $\boldsymbol{\Psi}$为傅里叶逆变换矩阵。

1.2.3　随机解调器结构采样相位

为方便矩阵运算对比,采样相位分析以 $x(n)$为实验信号。$x(n)$与伪随机序列 $p(n)$混频得到信号 $y_1(n)$,假设模拟滤波器经双线性变换法得到相应数字滤波器的单位脉冲响应为 $h(n)$,$y_1(n)$经滤波器相当于与 $h(n)$卷积,假设滤波后信号为 $y_2(n)$,如式(20):

$$y_2(n)=y_1(n)*h(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} y_1(k)h(n-k)=\sum_{k=1}^{N} y_1(k)h(n-k) \tag{20}$$

经间隔采样得到 $\boldsymbol{y}(m)$($m=1,2,\cdots,M$),由上

述内容可知,在随机解调结构中需以滤波器求解单位脉冲响应构建脉冲响应矩阵 $\boldsymbol{H}$,$\boldsymbol{y}(m)$ 与矩阵 $\boldsymbol{H}$ 关系如式(21):

$$\boldsymbol{y}(m)=\begin{bmatrix} h(c) & \cdot & h(1) & 0 & 0 & 0 \\ h(2c) & \cdot & \cdot & h(1) & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & h(1) & 0 \\ h(Mc) & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & h(1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_1(1) \\ y_1(2) \\ y_1(3) \\ \vdots \\ y_1(N) \end{bmatrix} \tag{21}$$

可知 $y(m)$ 中元素表达如式(22):

$$y(m)=h(mc)y_1(1)+h(mc-1)y_1(2)+\cdots+h(1)y_1(mc)=\sum_{k=1}^{mc}h(mc+1-k)y_1(k) \tag{22}$$

$y(m)$ 由 $y_2(n)$ 均匀采样得到,若令式(20)、(22)相等,可知 $n=mc+1$,既有式(23)、式(24)。

$$y(m)=y_2(mc+1) \tag{23}$$

$$y_2(mc+1)=\sum_{k=1}^{mc}h(mc+1-k)y_1(k) \tag{24}$$

观察 $y2$ 新表达式可知,由于 $mc\geqslant 1$,式(24)中无 $y_2(1)$ 项,若令 $mc=0$,$y_2(1)$ 中包含 $h(0)$ 项,但 $h(0)$ 不存在,即式(24)中 $y_2(1)$ 项不存在,需作调整如式(25)、式(26):

$$y(m)=y_2(mc) \tag{25}$$

$$y_2(mc)=\sum_{k=1}^{mc}h(mc+1-k)y_1(k) \tag{26}$$

由上式可知,测量值向量 y 中第 m 项由 $y_2(n)$ 的 mc 项采样得到,即 $y(1)=y_2(c)$、$y(2)=y_2(2c)$ 等,同时,依据式(21)中矩阵运算,可知滤波后对 $y_2(n)$ 的均匀采样过程中,采样间隔为 c、采样相位为 $c-1$。

2 心电信号随机解调结构仿真实验

2.1 伪随机序列及滤波器模块参数分析

本节实验以 MIT-BIH 数据库中 100 段心电信号前 1 024 采样点 $\boldsymbol{x}$($N=1\,024$,信号持续时间为 2.874 1 s)为实验信号,以±1 随机交替的 $p(n)$ 为伪随机序列。数据库中 $\boldsymbol{x}$ 为 ADC 以奈奎斯特频率采样心电信号得到,相同时间内产生与 $\boldsymbol{x}$ 长度一致的伪随机序列,可知二者的采样频率一致,符合随机解调结构对伪随机序列频率的要求。

采样得到测量值向量 $y(m)$ 需借助算法得到重构信号 $\hat{\boldsymbol{x}}$,文中采用均方根差百分比(percentage root-mean-squared difference,PRD)表征重构信号与实验信号间的误差,如式(27),PRD 越小表明重构误差越小。

$$\mathrm{PRD}=\frac{\|\boldsymbol{x}-\hat{\boldsymbol{x}}\|_{\ell_2}}{\|\boldsymbol{x}\|_{\ell_2}}\times 100\% \tag{27}$$

同时,文中采用控制变量法,分析随机解调采样结构中各参数对心电信号重构误差的影响,寻找适合心电信号的采样结构。

其中滤波器模块参与信号采样环节,且重构阶段以滤波器传递函数计算的单位脉冲响应矩阵 $\boldsymbol{H}$ 为观测矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 的重要组成部分,即滤波器模块对重构精度起决定性作用。由于巴特沃斯滤波器(Butterworth Filter)通频带内频率响应曲线相对更平滑,而在阻频带则逐渐下降为零,易于硬件实现,文中选用 butterworth 低通滤波器,关键参数有滤波器阶数和 3 dB 截止频率 ω_c。

以 x 为实验信号,经混频、滤波后使用 downsample 函数以相应相位间隔采样 $y_2(n)$。MIT-BIH 数据库中心电信号采样频率为 360 Hz,暂取 $c=2$、$M=512$,间隔一位采样相当于滤波后采样率为 180 Hz,由于低通滤波器截止频率需低于采样频率的 1/2,即滤波器截止频率最高为 90 Hz,重构以 OMP 算法,选用不同阶数和截止频率的 Butterworth 滤波器采样、重构,实验结果如图 2。

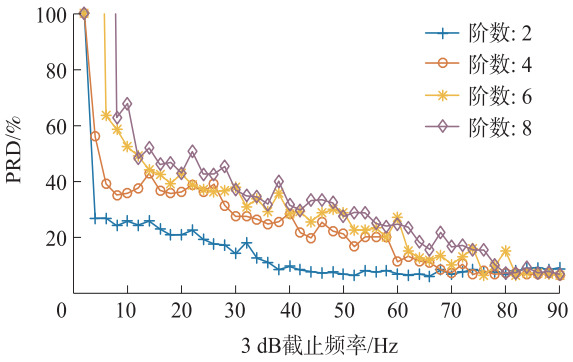


图 2 Butterworth 滤波器不同阶数不同截止频率心电信号重构误差分析

由图 2 可知,在相同采样频率、重构算法下,不同阶数和不同低通截止频率 ω_c 对应不同的重构精度,随着 ω_c 的增加,PRD 误差曲线呈降低趋势。

①当滤波器阶数为 2,在 $\omega_c\geqslant 50$ Hz 时,重构 PRD 误差稳定在 6%左右,$\omega_c\leqslant 20$ Hz 时,误差较大,PRD≥20%。

②当滤波器阶数为 4,在 $\omega_c\geqslant 70$ Hz 时,重构 PRD 误差稳定在 6%左右,$\omega_c\leqslant 50$ Hz 时,误差较大,不利于重构。

③当滤波器阶数为 6,在 $\omega_c\geqslant 80$ Hz 时,重构 PRD 误差稳定在 6%左右,$\omega_c\leqslant 70$ Hz 时,误差较大。

④当滤波器阶数为 8,在 $\omega_c\geqslant 80$ Hz 时,重构 PRD 误差也稳定在 6%左右,$\omega_c\leqslant 80$ Hz 时,误差

较大。

同时，各曲线间对比可知，随着滤波器阶数的减小，PRD 误差曲线在更低的截止频率处稳定，意味着后续采样频率可以更低。而且滤波器阶数的增加会加大相应硬件成本，从重构精度、后续采样频率和硬件成本角度，以 2 阶滤波器构建心电信号随机解调采样系统更合适。

2.2　信号长度及稀疏度分析

上述采样实验中，心电信号长度 $N=1\ 024$（时间为 2.874 1 s），MIT-BIH 数据库中每段信号时间为 10 s，共 3 600 点数字信号。本次实验以 N=36 为起点（对应 0.1 s 时域信号），并以此为步长增加信号长度，考虑到穿戴设备心电信号单次采样与重构的实时性要求，分析 5 s 内信号长度对重构影响。

同时，重构算法需以测量值向量 $\boldsymbol{y}$，感知矩阵 $\boldsymbol{\theta}$ 和稀疏度 K 为先验条件，重构稀疏近似 $\hat{\boldsymbol{S}}$，进而得到恢复信号 $\hat{\boldsymbol{x}}$。稀疏度 K 定义依据 1.1 节，为投影向量 $\boldsymbol{s}$ 中仅有 K 个元素大于阈值 γ，$\gamma\to 0^{+}$，则 K 为信号 $\boldsymbol{x}$ 投影到正交基 $\boldsymbol{\Psi}$ 上的稀疏度。上述实验中取 $\gamma=0.05$，为验证 γ 取值对重构精度的影响，对相同长度信号取不同 γ 值，在滤波器阶数为 2、截止频率为 90 Hz、压缩比 $c=2$ 条件下重复重构过程，实验结果如图 3。

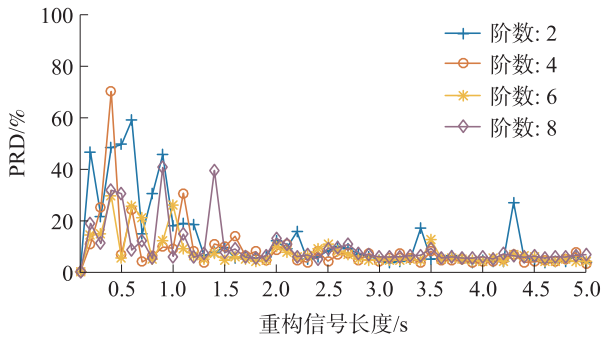


图 3　不同时间长度、稀疏度信号重构分析

依图 3，从时间角度分析，当采样信号低于 1.5 s（$N\leqslant 540$）时由随机解调结构得到的采样值重构心电信号精度不稳定，误差变化幅度较大。采样时间在 1.5 s~2 s 内时，重构误差较低且变化幅度小。2.0 s~2.8 s 内误差波动较大但 2.3 s 时重构误差较小。采样时间大于 2.8 s（$N\geqslant 972$）时，重构误差较低且数值稳定。

从阈值 γ 角度分析，γ 并非取值越小重构精度越高。图中 $\gamma=0.01$ 时，信号重构 PRD 误差曲线波动较大，且重构相同时间长度信号时误差并非最低。同时，$\gamma=0.07$ 时重构误差稍高于其他两种情况，而 $\gamma=0.03$ 时稍低于 $\gamma=0.05$ 的误差值。

综上，单次采样时间可选择 1.5 s~2.0 s 或 2.8 s 以上，$\gamma=0.03$。但时间的增长造成重构中相关矩阵维数增加，计算复杂且耗时增长，可依据硬件情况和实时性要求选择合适的单次重构时间长度。

2.3　压缩比分析

上述采样中，$c=2$，滤波后间隔一位采样，相当于采样频率为 180 Hz，由于 $c=N/M$，理论上 c 可取 $[1,+\infty]$ 范围内任意数值，但 c 取小数时，由式（19）构建的矩阵 $\boldsymbol{H}$ 元素分布异常，会造成重构误差较大，即随机解调结构中 c 一般取正整数构建脉冲响应矩阵 $\boldsymbol{H}$。

依据 2.1、2.2 节分析，选取 2 阶滤波器、$N=1\ 024$、$\gamma=0.03$，分析不同 c 值对重构 PRD 误差的影响（不同 c 值，对应不同采样间隔和不同采样频率，c 越大，采样频率越低，而采样频率需高于滤波器截止频率两倍，因此本节实验设置截止频率 $\omega_c=c$ 对应采样频率/2。

同时，当 1 024 不为压缩比 c 的整数倍时，调整实验信号长度 $N=$（1 024/c 的商）×c，以降低 N 取值不同对结果的影响。实验结果如下：

①$c=2$，滤波后间隔一位采样，对应随机解调结构采样频率为 180 Hz，PRD=4.047 5%。

②$c=3$，滤波后间隔两位采样，对应采样频率为 120 Hz，PRD=7.981 5%。

③$c=4$，滤波后间隔三位采样，对应采样频率为 90 Hz，重构时 PRD=47.495 9%。

上述对比可知，取 $c=2$ 可得较高重构精度，对心电信号采样频率可降低为 180 Hz。

2.4　重构算法分析

上述重构过程都基于 OMP 重构算法恢复心电信号，Donoho 提出 OMP 重构算法后，又有学者在此基础上提出新的重构算法，分别有：广义正交匹配追踪[14]（Generalized OMP，GOMP）、稀疏度自适应匹配追踪算法[15]（Sparsity Adaptive MP，SAMP）、分段正交匹配追踪算法[16]（Stagewise OMP，StOMP）、正则化正交匹配追踪算法[17]（Regularized OMP，ROMP）、压缩采样匹配追踪算法[18]（Compressive Sampling MP，CoSaMP）和子空间追踪算法（Subspace Pursuit，SP）。

本节寻找适合心电信号随机解调采样结构的重构方法，以上述算法为基础，同时使用求解 ℓ_1 范式问题的 l_1_magic 工具箱，在 Win10 Intel Pentium 3556U 1.7 GHz 和 MATLAB 2016 平台上以 2 阶 Butterworth 滤波器、截止频率 $\omega_c=90$ Hz、压缩比 $c=2$、实验信号长度 $N=1\ 024$、阈值 $\gamma=0.03$ 条件下，重复 10 次采样心电信号并用不同算法重构，记录重构结

果的 PRD 均值、PRD 标准差及重构耗时,实验结果如表 1。

表 1 不同算法重构心电信号实验结果

重构算法	压缩比 c	PRD 均值/%	PRD 标准差/%	重构耗时/s
OMP	2	4.047 5	3.537 1	10.765 7
GOMP	2	6.375 1	0.549 3	0.611 9
SAMP	2	6.836 1	0.636 2	30.226 5
StOMP	2	7.166 3	3.169 7	0.850 6
ROMP	2	32.415 5	8.042 1	0.236 6
CoSaMP	2	15.133 5	10.874 5	38.619 1
SP	2	10.236 5	1.853 1	17.617 3
L_1_magic	2	42.731 7	3.944 6	26.687 7

分析表 1 可知,在随机解调结构相同采样条件及相同压缩比下,从 PRD 误差角度分析,OMP 算法重构精度较高,GOMP、SAMP 和 StOMP 算法次之。从重构稳定性角度分析,GOMP、SAMP 和 SP 算法在重复采样重构过程中 PRD 标准差相对较小,即重构结果差异较小。从算法运行时间角度分析,ROMP、GOMP 和 StOMP 算法运行时间较短,能实现快速重构,但 ROMP 算法重构 PRD 误差较大,不适合作为信号恢复算法。本文主要考虑高精度重构,重构选用 OMP 算法。

2.5 信号源分析

上述实验基于 MIT-BIH 中 100 号心电信号,为进一步验证随机解调结构可压缩采样人体心电信号,随机选取 MIT-BIH 数据库第 105 号、115 号、122 号、205 号、220 号五组心电信号作为新实验信号。采样结构参数与 2.4 节中一致,依 2.2 节结论,选取 N=1 024,重构选用 OMP 算法,实验结果如表 2。

表 2 不同心电信号重构实验结果

实验信号组	压缩比 c	PRD 均值/%	PRD 标准差/%	重构耗时/s
100 号	2	4.047 5	3.537 1	10.765 7
105 号	2	1.502 5	0.885 4	10.438 5
115 号	2	2.887 5	2.338 3	10.636 6
122 号	2	2.334 1	0.560 7	11.554 8
205 号	2	3.515 9	3.147 1	10.457 7
220 号	2	2.906 5	2.574 0	11.068 2

依表 2 可知,随机解调采样结构在 c=2 时,对数据库中不同组心电信号,重构精度在 96.0~98.5%之间,具有较高的重构精度,PRD 标准差在 0.6~3.5 之间,由于选用相同重构算法,重构耗时稳定在 11 s。

3 总结与展望

针对可穿戴装备心电信号实时监测中的大数据量、高功耗问题,本文提出并探讨研究了基于随机解调结构的心电信号压缩采样方法和实现过程,分析了采样结构中采样相位、滤波器参数、采样频率、重构算法等对心电信号压缩采样及后续重构精度的影响。经理论推理和仿真实验,为实现有效压缩采样心电信号,随机解调结构中低通滤波器阶数可为 2,截止频率可为 90 Hz,压缩比 c 设置为 2,采样相位为 c-1,对应采样频率为 180 Hz。同时,单次采样重构时间可选择 1.5~2 s 或 2.8 s 以上,重构以 OMP 算法,对不同人体心电信号的重构精度为 96.0%~98.5%之间,具有较高重构精度。

文中以高精度重构为前提,实现随机解调结构以 180 Hz 采样心电信号,低采样率可降低监护设备的采样功耗、数据存储功耗和数据传输功耗,有利于提升设备的续航能力。下一步将继续改进采样结构和重构算法,以提高重构精度、提升压缩比,进一步降低心电信号的采样频率。同时,降低算法的时间复杂度,缩短重构耗时。

参考文献:

[1] 徐伟业,耿苏燕,马湘蓉,等. 香农极限定理的例证法教学方法研究[J]. 教育教学论坛,2016(52):183-185.

[2] Donoho D L. Compressed Sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory,2006,52(4):1289-1306.

[3] Candès E J,Wakin M B. An Introduction to Compressive Sampling [J]. IEEE Signal Processing Magazine,2008,25(2):21-30.

[4] Shu S,Yue S,Li J S,et al. Design and Implementation of Low-Power Analog-to-Information Conversion for Environmental Information Perception[J]. Multidisciplinary Digital Publishing Institute,2017,10(6):10.

[5] Yang W Y,Zhao Y J,Yu Z J,et al. Design of Random Equivalent Sampling Control Module Based on FPGA [C]//IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments,2019,14:1027-1132.

[6] Wang S Y,Dang L J,Chen B D,et al. Random Fourier Filters Under Maximum Correntropy Criterion[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems,2018,65(10):3390-3403.

[7] 李雪松. 模拟信息转换器原理与算法实现[D]. 成都:电子科技大学,2020.

[8] Liu S J,Liu L. An FFT-Based High SNR MWC Back-End Architecture with Analog Low-Pass Filter Compensation[J]. Chinese Journal of Electronics,2020,29(3):563-573.

[9] 齐林,邢家柱,陈俊鑫,等. 基于压缩感知的心电信号稀疏采样与重构算法[J]. 东北大学学报(自然科学版),2019,40(8):1087-1092,1098.

[10] 孙中标,叶继伦,张旭,等. 超低功耗可穿戴式无线心电测量系统的研制[J]. 中国医疗器械杂志,2020,44(1):28-32.

[11] 华晶,殷华,徐亦璐,等. 一种基于压缩域的穿戴式心电信号直接特征提取与分类方法[J]. 传感技术学报,2018,31(11):1727-1732.

[12] Liu J Z,Yan X,Hua J. Compressed Sampling of ECG Signal Based

on Wavelet Sparsity[J]. Basic & Clinical Pharmacology & Toxicology,2020,126:54.

[13] Naidu R R, Jampana P, Sastry C S. Deterministic Compressed Sensing Matrices:Construction via Euler Squares and Applications [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2016, 64(14): 3566-3575.

[14] Jiang H Q,Xu H J,Xu C. Channelized-Based Denoising Generalized Orthogonal Matching Pursuit for Reconstructing Structural Sparse Signal Under Noise Background[J]. IEEE Acces, 2018, 6: 66105-66122.

[15] Liao Y, Chen L, Hua Y X, et al. M-SAMP: A Low-Complexity Modified SAMP Algorithm for Massive MIMO CSI Feedback[C]// IEEE/CIC International Conference on Communications in China, 2018,547-552.

[16] 张蒙,王海斌,汪俊,等. 基于动态阈值匹配追踪的主动声呐直达波抑制方法[J]. 应用声学,2020,39(5):661-669.

[17] Chen S A,Feng C Q,Xu X G. Micro-Motion Feature Extraction of Narrow-Band Radar Target Based on ROMP[J]. The Journal of Engineering,2019,2019(21):7860-7863.

[18] Song W,Wang W Z. Compressive Sensing Based Multiuser Detector for Massive MBM MIMO uplink[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics,2020,31(1):19-27.



刘继忠(1974—),男,南昌大学机电工程学院教授/博导,目前主要研究方向为智能机电系统与信号处理,机器人与机器视觉,liujizhong@ ncu.edu.cn;



严　旭(1996—),男,硕士,南昌大学机电工程学院,目前主要研究方向为信号压缩采样处理,随机解调结构设计,1363110294@ qq.com。